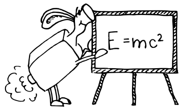
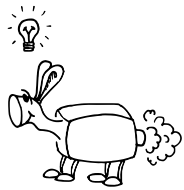
výfuk

výpočty fyzikálních úkolů



Řešení II. etapy mimořádné série



Úloha II.1 ... Lineární 2 body

Když si do batohu přidáte dvakrát více učebnic, bude dvakrát těžší. Když necháte z kohoutku téci vodu dvakrát déle, vyteče jí dvakrát více. Takováto jednoduchá lineární pravidla platí v životě skoro všude, a tak je považujeme za samozřejmá. Co ale u zvuku, platí taky? Když mluví jeden člověk, je to dvakrát tišší, než když mluví dva? Čím je to dáno?

Lidské vnímání světa (ať už zvuku nebo světla) se neřídí přímou úměrou, ale je logaritmické. Reproduktor o výkonu 1 000 W se nám zdá třikrát hlasitější než reproduktor o výkonu 10 W. Umožňuje to našim smyslům obsáhnout nesmírně velký rozsah intenzit na úkor ztráty možnosti stejný nárůst skutečné intenzity signálu vnímat jako stejný nárůst vnímaný našimi smysly.

Toto vnímání však může někdy poskytnout evoluční výhody. Např. potká-li člověk v přírodě tygra, dostane strach. Přijde-li další tygr, tak se jeho strach skoro zdvojnásobí. Pokud ale potká 25 tygrů a za chvíli přiběhne dalších 25, tak se jeho strach už o moc nezvětší. Toto odpovídá pomalému růstu funkce logaritmus pro velké hodnoty a také jistě chápete, že to může někdy být výhodné.

Úloha II.2 ... Měřící 2 body

Už jste určitě někdy měřili se svinovacím metrem. Tento metr má na konci kovový konec, který se trochu viklá. Proč tomu tak je? Nezpůsobuje chybu měření?

Viklavý konec svinovacího metru je záměrný. Svinovací metr můžeme používat v zásadě dvojím způsobem. Buď jím na nějakou plochu tlačíme, například když měříme vzdálenost od jedné zdi místnosti k druhé, nebo je naopak konec metru o plochu zaháknut a páska je tedy v tahu. Kdyby konec metru nebyl viklavý, tak by tloušťka kovového háčku způsobovala systematické chyby. Tento háček, správně nazývaný True Zero, se tedy viklá jenom o takovou část, jak je sám tlustý, aby k této chybě nedocházelo. Viklavá část tak zvětšuje přesnost metru.

Úloha II.3 ... Led v kožichu 2 body

Máte dvě stejné kostky ledu. Jednu necháte volně ležet na stole a druhou pečlivě zabalíte do huňatého zimního kožichu o pokojové teplotě. Která ledová kostka roztaje rychleji a proč?

Aby došlo k roztání ledu, musíme kostce dodat teplo. Toto teplo si bere z okolí, což vyplývá z druhého termodynamického zákona, který říká, že směr přenosu tepla mezi tělesy různých teplot je jednoznačný. Pokud tedy necháme kostku ledu volně ležet na stole, bude docházet k výměně tepla a tání. Pokud ji však zabalíme do nějaké formy tepelné izolace, zamezíme šíření tepla, takže kostka nebude tát tak rychle. To znamená, že kostka volně položená na stole roztaje rychleji. Zimní kožich je dobrou izolací, protože brání pohybu vzduchu. Z toho důvodu například lední medvědi přežijí na Antarktidě, i když mají tělesnou teplotu prakticky stejnou jako my.

Další způsob, jak na otázku můžeme nahlížet, je, že kolem volně položené kostky může proudit vzduch. To znamená, že teplý vzduch může kostce stále přinášet nové teplo, přičemž uvolní místo dalšímu teplému vzduchu. Jistě jste někdy viděli, že u povrchu velmi chladných věcí vzniká mlha tekoucí dolů. Ta samá mlha nám také znázorňuje odtok tepla.

Zimní kožich máme většinou asociovaný s tím, že nás zahřeje. Ve skutečnosti nevydává teplo sám o sobě, pouze brání tomu, aby teplo, které vyrábí naše tělo, unikalo pryč. Proto taky může sloužit jako izolace kostky ledu.

Úloha II.4 ... Hydrostatická 3 body

Čím větší náklad naložíme na loď, tím víc se potopí. To ale vyústí v to, že na ni bude působit větší vztlaková síla, která ji nadnáší. Pokud typická přepravní loď bez nákladu váží 4 500 tun *a plně naložená vytlačí cca* 530 000 *kubických stop vody, kolik kilogramů nákladu loď uveze?*

Z Archimédova zákona víme, že tíha vytlačené vody je rovna síle, která loď nadnáší. Protože naše loď vytlačila 530 000 kubických stop $\doteq 15\,008\,\mathrm{m^3}$, působí na ni vztlaková síla $F_{\mathrm{vz}} = V\varrho g = 15\,008\,\mathrm{m^3} \cdot 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^3} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} = 147\,228\,000\,\mathrm{N}$, kde jsme dosadili hustotu vody a použili Archimédův zákon.

Vztlaková síla působí proti síle tíhové. Platí, že tyto dvě síly se rovnají, když je loď v klidu. Samotná loď působí tíhovou silou $F_{\mathrm{g}} = mg = 4\,500 \cdot 10^3 \cdot 9{,}81\,\mathrm{N} = 44\,145\,000\,\mathrm{N}$. To znamená, že tíhová síla nákladu může být až $F = F_{\mathrm{vz}} - F_{\mathrm{g}} = 147\,228\,000\,\mathrm{N} - 44\,145\,000\,\mathrm{N} \doteq 103\,083\,000\,\mathrm{N}$, což odpovídá hmotnosti $m = F/g = 103\,083\,000\,\mathrm{N}/9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \doteq 10\,500\,\mathrm{t}$ nákladu.

Úloha II.5 ... Odysseovské měření rychlosti 3 body

Jedna z metod měření rychlosti velmi rychlých předmětů je založena na podobném principu jako jedna epizoda z života Odyssea. Když se tento Řek vrátil zpět na rodnou Ithaku, musel prokázat svou totožnost tak, že napjal svůj ohromný luk a prostřelil šípem oka dvanácti seker. Ukažme si tuto experimentální metodu.

Měřme např. rychlost kulky rychle střílející pistole. Do trajektorie kulky přistavíme dvě zařízení pro měření. Zařízení A je „Odysseova sekyra“ neboli jednoduchá díra, kterou kulka proletí nejdříve. Deset metrů za zařízením A je zařízení B v podobě rotujícího disku s otvorem. Kdyby se disk nehýbal, tak by kulka, která proletí otvorem A, proletěla i diskem B. On se však *otáčí, takže je situace trochu složitější. Když se disk B otáčí s postupně narůstající frekvencí f, tak kulka proletí otvorem A, ale do otvoru v disku B se netrefí. Teprve když se disk otáčí 34krát za sekundu, kulka proletí oběma otvory. Vypočítejte z těchto údajů, jak rychle kulka letěla. Předpokládejte, že v okamžiku, kdy kulka prolétává otvorem A, tak otvor B je přímo před ní v její trajektorii.*

Disk B se jednou otočí za čas $t_1 = 1/f$. Protože je při průletu střely zařízením A díra přímo v dráze kulky, může kulka proletět vždy po celočíselném počtu otáček disku. Možné časy průletu kulky mezi zařízeními tedy jsou $t = n/f$, kde n je přirozené číslo. Rychlost kulky tedy spočítáme jako podíl dráhy a času

$$v = \frac{s}{t} = \frac{sf}{n} = \frac{10\,\mathrm{m} \cdot 34\,\mathrm{Hz}}{n} = \frac{340\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}{n}\,.$$

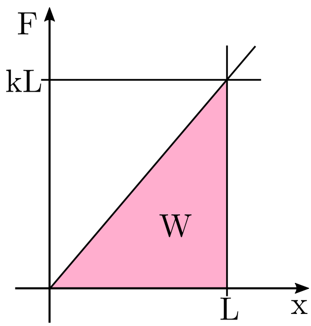
Rychlost střely tedy může být $340\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, $170\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, $113{,}33\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, nebo jiný menší zlomek. Který z těchto výsledků to je, musíme odhadnout z kontextu podle toho, jaká rychlost je pro střelu reálná, což je ta nejvyšší, tedy $340\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$.

Úloha II.6 . . . Prak prakticky 4 body

V minulé etapě jste počítali dostřel praku, zůstaňme tak ještě chvíli u něj. Natahovaná gumička má tuhost k, tedy platí, že při natažení o vzdálenost x působí protisilou $F = kx$. Určete, jakou energii musíte vynaložit pro to, abyste prak natáhli o vzdálenost L. Pro $L = 5\,\mathrm{cm}$ tuto energii odhadněte.

Nápověda: postupujte graficky. Součástí řešení by mělo být i odůvodnění, proč váš postup funguje (obrázky lze posílat přes `http://leteckaposta.cz/`*).*

Energie nataženého praku bude rovna práci, kterou vykonáme jeho natahováním. Práce je rovna součinu síly a dráhy, po které působí. V tomto případě však síla není konstantní, ale s dráhou se mění. Vypomůžeme si tedy tím, že vykonaná práce je rovna ploše pod grafem závislosti síly na dráze. V tomto případě to bude pravoúhlý trojúhelník, jehož obsah dokážeme lehce spočítat.



Práce proto bude:

$$W = \frac{1}{2}F(L)L = \frac{1}{2}kL^2\,.$$

Tuhost gumičky odhadneme na $k = 30\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}$, energie tedy bude:

$$E_\mathrm{p} = \frac{1}{2}30\,\mathrm{N{\cdot}m^{-1}}(0{,}05\,\mathrm{m})^2 = 0{,}037\,5\,\mathrm{J}\,.$$

Úloha II.7 ... Vejce potápěčem

3 body

Pokud jste četli román Bílá Velryba od Hermana Melvilla, víte, že vodní hlubiny bývají nevyzpytatelné. Podívejme se na jeden z původů této nevyzpytatelnosti: ponořte vejce do sklenice vody. Kleslo ke dnu, že? Nyní vodu pořádně osolte několika lžícemi soli (všechna sůl, co do vody nasypete, se musí rozpustit). Co se stalo? Vysvětlete příčinu tohoto jevu.

Rozpouštění soli ve sklenici trvá poměrně dlouho. Jak se postupně sůl rozpouští, roztoku ve sklenici se začíná zvyšovat hustota. Ve všech částech sklenice však hustota nestoupá stejně – než se voda sama dostatečně promíchá, má největší hustotu vrstva u dna (u soli). Vejce tak postupně stoupá od dna vždy do části, kde už je hustota srovnatelná s hustotou vejce. Jak se veškerá sůl rozpustí a voda se promíchá v celém objemu, vejce vyplave až k hladině. Toto stoupání kvůli měnící se hustotě popisuje Archimédův zákon.

Pokud ovšem nejsme dostatečně trpěliví, můžeme postup rozpouštění urychlit mícháním. V takovém případě rovnou vidíme, že vejce vyplavalo k hladině, protože hustota roztoku v celé sklenici stoupla a je vyšší než hustota vejce.

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.