

Úloha IV.V ... Podvodník s olejem

6 bodů; (chybí statistiky)

Obchodník s olejem nakoupil 120 barelů potravinového oleje, každý s objemem přesně 100 litrů. Napadlo jej, že když ocelové barely zahřeje, část oleje vyteče a bude jím moci naplnit další sudy. Než se však do nekalého počínání pustí, zajímá ho, kolik peněz takto neoprávněně získá.

- Předpokládejme, že obchodník je schopen sudy s olejem ohřát o $t = 60^\circ\text{C}$. Dále uvažujme koeficient teplotní objemové roztažnosti oleje jako $\beta_{\text{olej}} = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ a koeficient teplotní délkové roztažnosti oceli jako $\alpha_{\text{ocel}} = 1,1 \cdot 10^{-6} \text{K}^{-1}$. Jaký objem oleje tím získá?
- Jeden litr potravinového oleje si zákazník koupí za 40 Kč. Vyplatí se obchodníkovi takový podvod, pokud je měrná tepelná kapacita oleje $c = 1800 \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, hustota před zahřátím $\rho = 910 \text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, GJ tepla stojí 560 Kč a obchodník je schopný barely zahřívát s účinností $n = 40\%$? Na kolik peněz si přijde?

1. Abychom spočítali, kolik oleje ze sudů vyteče, můžeme si náš postup rozdělit na dva kroky. Nejdříve zjistíme, jak se změní objem oleje. To je jednoduché. Z Výfučtení víme, že pro výsledný objem oleje platí

$$V_{\text{olej}} = V_{\text{sud}}(1 + \beta_{\text{olej}}t)$$

a po dosazení číselných hodnot zjistíme, že

$$V_{\text{olej}} = 1001 \cdot (1 + 9,6 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1} \cdot 60 \text{K}) \doteq 105,81.$$

Někoho by mohlo zmást, že v zadání se objevuje změna teploty jako $t = 60^\circ\text{C}$, zatímco my dosazujeme $t = 60 \text{K}$. Kdybychom počítali s konkrétními hodnotami teploty, nemohli bychom toto udělat. My ale počítáme pouze se změnou teploty, a jelikož mají stupně Celsia a Kelvinů stejnou velikost a my nevíme, jaká byla původní teplota oleje a ani nás to vlastně nezajímá, můžeme tyto jednotky zaměnit.

V druhé části si musíme spočítat, jak se změní objem jednoho sudu. V zadání máme zmíněn koeficient délkové teplotní roztažnosti oceli, ale nikoli rozměry samotného sudu. Ty však nejsou potřeba, stačí si uvědomit, že sud se roztahuje do všech tří stran, a jelikož je ocel izotropní materiál, můžeme vypočítat koeficient objemové teplotní roztažnosti jako

$$\beta_{\text{ocel}} = 3 \cdot \alpha_{\text{ocel}}.$$

Výsledný objem sudu tak vypočítáme podobně jako v předchozím případě

$$V'_{\text{sud}} = V_{\text{sud}}(1 + \beta_{\text{ocel}}t) \doteq 100,021.$$

Ze sudů tak vyteklo $V_{\text{výtěžek}} = 120 \cdot (V_{\text{olej}} - V'_{\text{sud}})$, což je přibližně 690 litrů.

2. Druhou část příkladu si také můžeme rozdělit na dvě části. V té první si spočítáme, kolik peněz obchodník získá od zákazníků. To je jednoduše $V_{\text{výtěžek}} \cdot 40 \text{Kč}/1 \doteq 27\,560 \text{Kč}$. Nyní tak stačí zjistit, kolik by nás stálo toto hypotetické ohřátí oleje. Na ohřátí původního množství oleje ($V_{\text{výtěžek}} = 12\,000 \text{l} = 12 \text{m}^3$) mu musíme dodat teplo

$$Q = V_{\text{původní}} \rho c t = 12 \text{m}^3 \cdot 910 \text{kg}\cdot\text{m}^{-3} \cdot 1\,800 \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1} \cdot 60 \text{K} \doteq 1,2 \text{GJ}.$$

Potřebujeme tak přibližně 1,2 GJ. Jelikož ale zahřívání probíhá jen se 40% účinností, je tento výsledek pouze oněch 40% potřebné energie. Plných 100% energie je tak $100\% \cdot 1,2 \text{ GJ} / 40\% = 3 \text{ GJ}$. Za ohřátí veškerého oleje tak obchodník dohromady zaplatí $3 \text{ GJ} \cdot 560 \text{ Kč/GJ} \doteq 1680 \text{ Kč}$.

Vidíme, že tato částka je výrazně menší než výtěžek z tepelné roztažnosti. Svým podvodem tak prodejce vydělá obnos $27560 \text{ Kč} - 1680 \text{ Kč} = 25880 \text{ Kč}$.

Karolína Letochová
kaja@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.