

## Úloha IV.E ... Konstrukce teploměru

7 bodů; (chybí statistiky)

*Teorie roztažnosti, o které pojednáváme ve Výfučtení této série, je široce aplikována při měření teploty. Sestavte si vlastní teploměr na bázi teplotní roztažnosti ze skleněné či plastové lahve, brčka, plastelíny a směsi lihu a vody v poměru 1:1, kterou můžete případně obarvit potravinářským barvivem, aby bylo čtení hodnot snazší. Samotný postup konstrukce naleznete sami. Líh vám mohou rodiče zakoupit v drogerii.*

Váš teploměr *okalibrujte* – to znamená: udělejte si na něm rysky pro nějakou velmi nízkou a pak pro nějakou vysokou teplotu, kterou určíte pomocí jiného přesného teploměru. Když takto zjistíte, jaký vlastně je rozsah (ve stupních Celsia) vašeho teploměru, použijte jej ke změření venkovní teploty ve vámi určené datum, hodinu a na vámi určeném místě<sup>1</sup>. Teploměr vyfotíte či jinak zdokumentujete ve všech třech měřeních. Jak přesný takový teploměr je? Diskutujte přesnost teploměru (sami ji můžete porovnat s jinými teploměry).

*Upozornění:* Při práci s lihem dodržujte zásady bezpečnosti popsané na jeho lahvi!

*Bonus pro náročné za odměnu:* Určete ze svého experimentu koeficient objemové roztažnosti vámi použitého roztoku.

### Teorie

Jak se můžete dočíst ve Výfučtení této série, látka mění svůj objem s teplotou. Nejinak tomu je u 5% vodného roztoku lihu. Než se pustíme do stavby teploměru, podívejme se blíže, jak to celé funguje.<sup>2</sup>

Z Výfučtení známe vztah pro objemovou roztažnost kapalin  $V = V_0(1 + \beta\Delta t)$ . Můžeme si povšimnout, že objemová změna závisí i na počátečním objemu kapaliny. Odtud ta lahev v zadání. Brčko má malý objem, tedy změny na výsledném teploměru<sup>3</sup> by v případě plnění brčka samotného byly velmi malé. Pod brčko tedy připevníme lahev naplněnou ideálně až po okraj roztokem. Čím větší lahev použijeme, tím výrazněji se bude s teplotou měnit výška hladiny. Nechceme proto lahev ani moc malou, ani moc velkou. Vymyslet použití ostatních zadaných materiálů je s touto znalostí již jednoduché – brčko vnoříme do lahve tak, aby z ní trčelo, plastelínou vše utěsníme. Brčko se nejlépe připevňuje k lahvi dírou ve víčku. O pomoc s proražením díry můžeme požádat někoho dospělého. Pokud ale chceme být zcela soběstační, můžeme víčko (jako jsme to udělali i my) nahradit balonkem. Uděláme-li do něj velmi malou díрку, prostrčíme jí brčko a přetáhneme balonek přes okraj lahve, nebude nic vytékat kolem. Zbývá jen brčko upevnit plastelínou.

Jak je to s tou kalibrací? Z výše uvedeného vzorce plyne, že máme-li původní objem kapaliny i koeficient teplotní objemové roztažnosti konstantní, je výsledný objem na teplotě závislý lineárně. Když tedy začínáme s úplně plnou lahví a částí kapaliny v brčku, změna výšky hladiny bude v závislosti na teplotě také lineární. Po změření dvou různých teplot tak můžeme jednoduše z jejich rozdílů a rozdílů hladin vypočítat velikost jednoho dílku a dokreslit si stupnici. Takové měření by bylo přímé. Zde si ale ukážeme, že to jde i bez stupnice – tedy nepřímě.

Velikost jednoho dílku vypočteme jako podíl kalibračního rozdílu výšky hladin  $\Delta h_k$  (vzdálenost mezi výškou hladiny první a druhé teploty) a rozdílu kalibračních teplot  $\Delta t_k = t_{k1} - t_{k2}$ . Velikost dílku, kterou si pracovníčně označíme  $n = \Delta h_k / \Delta t_k$ , bude mít rozměr  $[n] = \text{m} \cdot \text{°C}^{-1}$ .

<sup>1</sup>Údaj poté hrubě porovnáme s nejbližší meteorologickou stanicí.

<sup>2</sup>Podrobnější vysvětlení, než je zde, najdete ve zmiňovaném Výfučtení.

<sup>3</sup>Zajímavost: Teplota a teplota jsou odlišné fyzikální veličiny. Teplota lze změřit pouze nepřímě, na teplotu máme měřák. Ten se však jmenuje *teploměr*, nikoliv *teplotoměr*.

Tvůrci stupnice zde zastaví a nakreslí si ji. Měření teploměrem pomocí *odečtu ze stupnice* budeme nazývat přímé měření. Můžeme také měřit bez stupnice – tak, že změříme pomocí pravítka velikost hladiny od referenčního bodu. Tento způsob nazvěme nepřímé měření a nyní se na něj zaměříme matematicky.

Když se podíváme na rozměr naší veličiny  $n$ , zjistíme, že pokud jí vydělíme nějakou výšku, dostaneme teplotu. Takto umíme zjistit teplotní rozdíl  $\Delta t = \Delta h/n$  mezi některou z kalibračních teplot a teplotou změřenou.  $\Delta h$  je pak rozdíl hladin použité kalibrační teploty a teploty měřené. Venku je v době měření poměrně chladno, použijeme tedy takovou kalibrační teplotu, která je vyšší než měřená teplota.

Od ní pak odečteme náš rozdíl a dostáváme teplotu venku

$$t = t_k - \Delta t.$$

Po dosažení všech vzorců a úpravě

$$t = t_k - \frac{\Delta h(t_{k_1} - t_{k_2})}{\Delta h_k}.$$

Za  $\Delta t_k$  dosadíme libovolnou z kalibračních teplot. Musíme však dát pozor, abychom od její výšky hladiny také měřili rozdíl hladin  $\Delta h$ . Tento vzorec nám jinými slovy říká, jakým způsobem můžeme zjistit měřenou teplotu pomocí vzdálenosti od jedné z kalibračních rysek a teploty, které tato kalibrační ryska odpovídá.

Z měřících přístrojů tedy budeme potřebovat jen běžný teploměr ke kalibraci a pravítko. Nyní můžeme přikročit k samotnému experimentu.

## Kalibrace

Sestavený teploměr ponoříme do studené vody (tu jsme v našem případě chladili ledem), počkáme, až se výška hladiny v teploměru ustálí (teploměr nabyl teplotu vody, v našem případě  $t_{k_2} = 8^\circ\text{C}$ ), uděláme permanentním fixem na náš teploměr značku a změříme teplotu vody. Totéž provedeme s teplou až horkou vodou. Musíme však dát pozor, aby voda nebyla příliš teplá a roztok nám nevytekl z brčka vrchem. V takovém případě (a pokaždé, když libovolným způsobem změním konstrukci teploměru či hmotnost<sup>4</sup> kapaliny uvnitř) celý proces kalibrace opakujeme. Teplota naší horké vody byla  $t_{k_1} = 38^\circ\text{C}$ . Rozdíl kalibračních teplot tedy byl  $\Delta t_k = 30^\circ\text{C}$ .

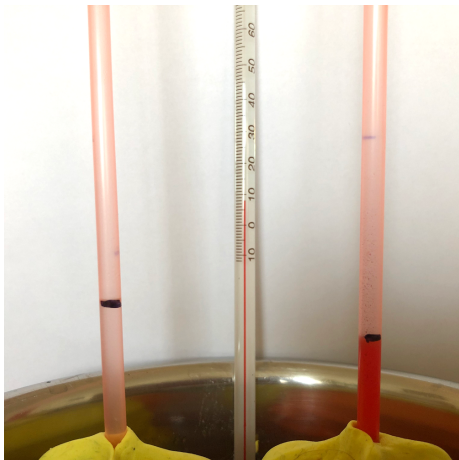
Stavěli jsme dva teploměry. Pro ten nalevo byla vzdálenost mezi kalibračními značkami  $\Delta h_{k_l} = 9,8\text{ cm}$ , pro ten napravo pak  $\Delta h_{k_p} = 10\text{ cm}$ .

Nyní můžeme vypočítat velikost jednoho dílku

$$n_l = 9,8\text{ cm}/30^\circ\text{C} \doteq 0,33\text{ cm}\cdot^\circ\text{C}^{-1}, n_p = 10\text{ cm}/30^\circ\text{C} \doteq 0,33\text{ cm}\cdot^\circ\text{C}^{-1}.$$

Vidíme, že v rámci zaokrouhlení se rozdíly ve stupnicích obou teploměrů ztratí (navíc pravítkem jsme schopni stupnici zhotovit s přesností pouze na desetiny centimetru). Metoda nepřímého měření tedy bude přesnější. Dalším důvodem je také to, že na jeden stupeň Celsia připadají rovnou tři milimetry, tedy máme celkem velký vzdálenostní rozptyl. Mezi dílky značenými po celých stupních Celsia je tedy velký prostor přesnějších měření teplot, které se ztratí vsudypřítomnou chybou v měření. Tento efekt můžeme omezit podrobnější stupnicí, stále však nesmaže, že mezi oběma teploměry je ve velikosti dílků nepatrný rozdíl.

<sup>4</sup>Objem se mění s teplotou, tedy nedává smysl řídit se podle něj.



Obr. 1: Nižší kalibrační teplota



Obr. 2: Vyšší kalibrační teplota

### Měření

Teploměr položíme ven za okno a stejně jako u kalibrace počkáme, až nabyde teploty okolí, a změříme vzdálenost mezi aktuální hladinou kapaliny a každou z kalibračních značek. Podle vztahu odvozeného v teorii pak dopočteme změřenou teplotu. Pro každý teploměr tedy dostáváme dvě hodnoty, které by v ideálním případě měly být stejné.

Teploměr	$\Delta h_1$	$t_1$	$\Delta h_2$	$t_2$
Levý	11,4 cm	3,2 °C	1,6 cm	3,2 °C
Pravý	11,6 cm	3,1 °C	1,6 cm	3,1 °C

Tab. 1: Hodnoty naměřené nepřímým měřením

Můžeme vidět, že teploty naměřené oběma teploměry se lehce liší, zprůměrujeme je tedy a spočteme absolutní odchylku<sup>5</sup>  $t_{\text{npř}} = (3,15 \pm 0,05)^\circ\text{C}$ . Absolutní odchylku volíme proto, že máme velmi malý počet měření.

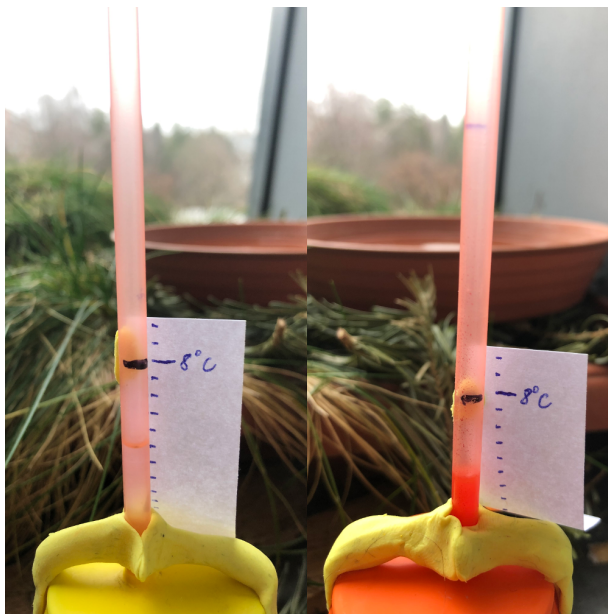
Pro srovnání jsme na teploměry také dokreslili stupnici po jednom stupni Celsia. Teplota venku se nemění tak výrazně, aby mezi oběma měřeními (pracujeme-li rychle) byly patrné teplotní rozdíly způsobené změnou teploty venku. Zde jako nejistotu zvolíme polovinu nejmenšího dílku naší stupnice, tedy  $0,5^\circ\text{C}$ . Jak je vidět z tabulky 2, nemůžeme spočítat nejistotu stejným způsobem jako minule, protože obě hodnoty jsou stejné.

Rádi bychom na tomto místě zdůraznili, že první vypočtená odchylka je pouze statistická, druhá zohledňuje nepřesnost stupnice. Žádná z nich nebere v potaz mechanismus měření. Skutečné měření je zatíženo různými chybami plynoucími např. z konstrukce teploměru, teplotní roztáhnutí lahve, vypařování lihu. Chyba způsobená jmenovanými faktory bude dle našeho názoru přinejmenším srovnatelná s vypočtenou odchylkou, jen ji nemáme jak odhadnout.

<sup>5</sup>Jak na to? To naleznete na našich webových stránkách v sekci Hokus Pokus.

Teploměr	$t_{př}$
Levý	3 °C
Pravý	3 °C

Tab. 2: Hodnoty naměřené přímým měřením



Obr. 3: Měření venkovní teploty (se stupnicí). (Fotografii si nejlépe prohlédnete barevnou v elektronické verzi na našem webu.)

## Závěr

Podle archivu [www.in-pocasi.cz](http://www.in-pocasi.cz) bylo na Proseku, kde jsme měřili, 23. 1. 2020 v 16:00 2,8 °C. Měřili jsme několik minut po šestnácté hodině a naměřili jsme  $t_{npř} = (3,15 \pm 0,05)$  °C a  $t_{př} = (3 \pm 0,5)$  °C. Nepřímé měření bylo přesnější, avšak v intervalu odchylek leží hodnota z meteostanice pouze pro méně přesné měření, to přímé. Proč k tomu došlo? Předně – teplota se uvnitř města výrazně mění, a jelikož naše měření neprobíhalo přímo na meteorologické stanici, ale o nějakou vzdálenost jinde, mohla zde být teplota jiná. Kromě toho, měření (jak je vidět z fotografií) se odehrávalo za oknem dobře vytopeného bytu. Jistě víte, že takové okno neizoluje dostatečně dobře na to, aby teplo z bytu neunikalo (proto ostatně musíme topit, i když nevětráme). Na parapetu za oknem je tedy teplota lehce vyšší, než jakou naměří teploměr meteostanice, kterou nic nepřihřívá. Samozřejmě ani při měření na chodníku by teplota naměřená meteostanicí nemusela ležet v intervalu odchylek, zde se nám však jednoznačně vyskytla systematická chyba v podobě nedostatečného odizolování od okolních zdrojů tepla, což by se dalo zlepšit například měřením ve větší vzdálenosti od vytápěného bytu.

Toto měření ukazuje, jak může nízká přesnost zakrýt systematické chyby, které se občas v měřeních nedopatřením vyskytnou. Nemají vliv na přesnost, ale posunou výsledek vedle. Měli bychom se proto vždy snažit měřit co nejpřesněji, abychom tyto chyby odhalili.

### Bonus

Abychom mohli vypracovat bonusový úkol, vyjádříme si ze vzorce z Výfučtení koeficient teplotní objemové roztažnosti

$$\beta = \frac{V - V_0}{V_0 \cdot \Delta t_k},$$

kde můžeme místo  $V - V_0$  psát kalibrační rozdíl objemů  $\Delta V_k$

$$\beta = \frac{\Delta V_k}{V_0 \cdot \Delta t_k}.$$

Vidíme, že potřebujeme změřit ještě objem kapaliny na začátku a rozdíl objemů před a po zahřátí. K tomu využijeme značky, které nám zbyly z kalibrace – teploměr naplníme vodou po první značce, změříme objem vody a kolik jí musíme doplnit po druhé značce a můžeme hodnoty dosadit do vzorce.

Pro teploměr vlevo:  $V_0 = 60 \text{ ml}$ ,  $\Delta V = 1,6 \text{ ml}$

$$\beta_l = \frac{1,6 \text{ ml}}{60 \text{ ml} \cdot 30 \text{ }^\circ\text{C}} \doteq 8,6 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

Pro teploměr vpravo:  $V_0 = 68 \text{ ml}$ ,  $\Delta V = 1,8 \text{ ml}$

$$\beta_p = \frac{1,8 \text{ ml}}{68 \text{ ml} \cdot 30 \text{ }^\circ\text{C}} \doteq 8,8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

Z hodnot hustoty, které uvádí tato stránka [https://en.wikipedia.org/wiki/Ethanol\\_\(data\\_page\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Ethanol_(data_page)) pro 50% roztok ethanolu při teplotě  $10 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  (rozpětí nejbližší našemu měření) vypočteme koeficient teplotní objemové roztažnosti  $\beta_w \doteq 8,7 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ . (Pro odvození vzorce pro výpočet tohoto koeficientu z hustot dosadte za objem v původním vzorci  $V = m/\rho$  a vzorec upravte.) Naše změřená hodnota  $\beta = (8,7 \pm 0,1) \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$  tedy odpovídá skutečnosti.

**Soňa Husáková**

sona@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.