

Úloha I.E ... Lodička

7 bodů; (chybí statistiky)

Plastelína má velmi široké využití – od vděčné hračky pro děti přes šikovný stojan na tužky až po perfektní improvizované těsnění. Jednou z mnoha věcí, které z ní lze vyrobit, jsou lodičky.



Z jednoho válečku¹ plastelíny vytvořte loďku, která unese co nejtěžší náklad (musí přitom stále plavat). Porovnejte různé modely a zašlete nám jejich fotografie. Který unese nejvíc a proč? Změřte přesně nosnost a hloubku ponoru. Tři nejlepší a nejoriginálnější konstruktéry sladce odměníme.

Teorie

Všechna tělesa, která ponoříme do kapaliny, jsou nadlehčována hydrostatickou vztlakovou silou. Její velikost je podle Archimédova zákona rovna tíze kapaliny vytlačené tělesem. Závisí tedy na objemu ponořené části tělesa (tolik kapaliny bylo vytlačeno), hustotě kapaliny (z objemu a hustoty můžeme vypočítat hmotnost) a tíhovém zrychlení (z něj a hmotnosti získáme tíhovou sílu). Pro velikost vztlakové síly použijeme vzoreček $F_{vz} = V \rho_k g$. Aby loďka plavala, musí vztlaková síla vyrovnat sílu tíhovou, která na loďku působí a stahuje ji směrem dolů, takže platí $V \rho_k g = mg$. Hmotnost loďky zvyšujeme nákladem, který má unést; tíhové zrychlení ani hustotu vody nemáme totiž za běžných podmínek šanci výrazně ovlivnit. Takže jediný způsob, jak můžeme zvýšení hmotnosti vyrovnat, je zvýšit objem ponořené části lodičky. Čím objemnější bude ponořená část, tím více by měla loď uvést. S tím souvisí také hloubka ponoru loďky – čím je loďka užší, tím níž se musí ponořit, naopak loďce široké stačí klesnout méně. Nakonec potřebujeme brát v potaz také stabilitu lodičky. Měla by být souměrná a zátěž se musíme snažit rozkládat rovnoměrně, aby se loďka nepřevrátila.

Nosnost loďky změříme tak, že do ní budeme postupně vkládat zátěž, dokud se nepotopí. Jakmile klesne ke dnu, vylovíme ji i s veškerou zátěží, odebereme část, po jejímž přidání se loď potopila, a zbylou zátěž zvážíme. Protože se mohlo stát, že jsme naměřili nižší nosnost kvůli neopatrnému vložení nebo vložení příliš těžké zátěže, tak měření několikrát opakujeme. Když potopenou loďku znovu položíme na hladinu, lehce se deformuje (někdy je také nutné opravit trhliny), tedy je možné, že ve druhém pokusu má větší nosnost než v prvním. V zadání se ptáme na nosnost nejvyšší, a tak uvedeme nejvyšší naměřenou hodnotu pro konkrétní model.

Hloubku ponoru změříme tak, že do průhledné nádoby uchytneme kolmo na hladinu vody pravítko, na kterém odečteme výšku hladiny a výšku nejnižšího bodu dna loďky. Rozdíl těchto hodnot je hloubka ponoru loďky. Můžeme si všimnout, že při zatěžování lodičky se nám se zvyšující se hloubkou ponoru zvedá hladina vody. O kolik se hladina zvedne však nemá na hloubku ponoru vliv. Vytlačenou kapalinu ve znění Archimédova zákona můžeme také interpretovat jako kapalinu v díře po tělese², které bude stejně, ať je loďka v malé nádobě nebo ve velkém oceánu. V malé nádobě se vytlačená kapalina nemůže rozložit do nekonečna – hladina se viditelně zvedne; oceán je však tak velký, že ten objem vody, který loď vytlačí, na výšku hladiny nemá vliv. S trochou přehánění tedy můžeme říct, že díky zvedání hladiny by těžký tanker v jistém smyslu mohl plavat na 1 dl vody, pokud bychom ho rozprostřeli po celém jeho trupu.

¹nezapomeňte jej předtím zvážít

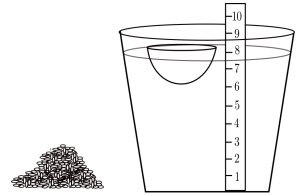
²Tj. kapalinu, kterou bychom mohli vyplnit díru, která by po lodičce zbyla ve zcela zamrazené plné nádobě. Pokud bychom totiž loďku vložili do po okraj plné nádoby, do díry se vejde přesně ten objem, který přetekl, když je loďka vytlačila.

Experiment

Pro měření použijeme průhlednou nádobu, do které připevníme pravítko, dále váleček plastelíny, který v našem případě vážil 7 g, kuchyňskou váhu a mokrou rýži jako zátěž. (Některá zrnka suché rýže plavou na vodě, tedy mají nižší hustotu než voda a pro dostatečné zatížení loďky bychom jich potřebovali více. Zároveň jsou však i v mokřem stavu dost malá na to, aby minimalizovala chybu měření, protože váží méně než gram, a kuchyňská váha váží s přesností právě na gramy. Tím, že zrnka předem namočíme, se také zbavíme velké nepřesnosti vzniklé tak, že původně suché zrno po potopení nasaje vodu.)

Měříme nosnost tří modelů – první je úzký s vysokou stěnou, protože by měl podle našeho předpokladu mít velkou hloubku ponoru; druhý široký, kterému by měla stačit stěna nižší; a třetí, který kombinuje vlastnosti obou předchozích, protože má přibližně tvar duté polokoule.

Měříme za pokojové teploty a snažíme se vyvarovat nežádoucích otřesů, které mohou vést k naplnění loďky vodou či jejímu převržení a předčasnému potopení, což značně ovlivní měření. Zároveň ze stejných důvodů zátěž pokládáme opatrně a rovnoměrně a snažíme se loďky nedotýkat, abychom ji nepotopili vlastní nepopatrností. Když odečítáme hodnoty z pravítka, měli bychom se dívat kolmo na něj, protože při pohledu pod větším úhlem odečteme jinou hodnotu, než nám opravdu ukazuje. Nakonec musíme také dát pozor, abychom při vážení zátěže v nádobě³ váhu vynulovali a nepřidávali tak k hmotnosti zátěže nepoužitou hmotnost vázící nádoby.



Obr. 1: Schéma aparatury použité k měření. Je zde naznačeno pravítko k odečítání hloubky ponoru, jak jsme loďičky postupně zatěžovali rýží.



Obr. 2: Tvary jednotlivých loďiček

	Model 1	Model 2	Model 3
Maximální naměřená nosnost (m)	71 g	84 g	122 g
Hloubka ponoru (h)	2,6 cm	1,7 cm	3,2 cm

Tab. 1: Naměřené hodnoty pro největší nosnosti

Nejistotu měření nemůžeme určit statisticky, protože měříme pouze jednu hodnotu. Uvedeme tedy systematickou nejistotu měřidla (naší kuchyňské váhy)⁴ $u_m = 1$ g. Vyšší nejistotu v našem případě uvádět nemusíme, protože zrno rýže se do nejistoty hmotností vejde. Kdybychom však přidávali těžší objekty, samotná nejistota měřidla by nestačila. Maximální hmotnost, kterou loďka unese, leží někde mezi hmotností zátěže před přidáním a po přidání předmětu, který ji potopil, tedy nejistota by byla zvolena podle hmotnosti tohoto předmětu.

Hloubku ponoru odečítáme z pravítka, které má dílky po milimetrech. Odečítáme z něj však dvě hodnoty, z nichž počítáme rozdíl, a zároveň dno loďky je od pravítka nezanedbatelně vzdálené, tedy úhel pod kterým se díváme, výrazněji ovlivní odečtenou hodnotu – proto zde bude nejistota vyšší než polovina nejmenšího dílku měřidla. Uvažujme odchylku maximální, tedy součet odchylek obou hodnot, což je $u_h = 1$ mm.

³Tedy pokud nepokládáme přímo na váhu.

⁴U digitální váhy ji uvádí výrobce podle modelu.

Závěr

Při měření jsme narazili hned na několik problémů. Aby měla loďka co největší objem, museli jsme jí vymodelovat co nejtenčí stěny. Tenké stěny pak velmi snadno praskaly. Drobnými trhlinami voda díky povrchovému napětí nepronikne, avšak po přidání rýže se trhliny mnohdy zvětší a loď klesá ke dnu. Zároveň se s mokrou plastelínou hůře pracuje, takže se nám nedařilo vyrobít loďku s téměř dokonale rovnými okraji a začalo do ní zatékat dřívě, než celý její okraj klesl na úroveň hladiny. Hloubka ponoru se tedy nikdy nerovnal výšce loďky. První model se ukázal být velmi nestabilní. Rychle se naplnil až po okraj a přitom neklesl dostatečně pod hladinu, takže se téměř vždy převrátil a potopil před dosažením sedmdesáti gramů zátěže, ačkoliv jsme se snažili rozložením rýže převrácení co nejvíce omezit. Jeho maximální naměřená nosnost byla $m_1 = (71 \pm 1)$ g při hloubce ponoru $h_1 = (26 \pm 1)$ mm. Druhý model byl zase příliš široký a měl moc rovné dno, takže snadno praskal. Zároveň měl příliš nízký okraj na to, aby plaval s velkou zátěží. Pro něj jsme naměřili maximální nosnost $m_2 = (84 \pm 1)$ g při hloubce ponoru $h_1 = (17 \pm 1)$ mm. Poslední model problémy obou předchozích řešil tím, že kombinoval jejich největší výhody, tedy dosáhl největší nosnosti a zároveň také největší hloubky ponoru. Nejvyšší naměřená nosnost plastelínové lodičky tedy byla $m_1 = (122 \pm 1)$ g při hloubce ponoru $h_1 = (32 \pm 1)$ mm. Připomínáme, že celková hmotnost použité plastelíny byla ve všech případech jen 7 g. Zjištěné poměry mezi nosností a původní hmotností nejsou neobvyklé ani pro skutečné velké lodě. Největší ropné tankery mohou také při vlastní hmotnosti 80 tisíc tun převážet přes 500 tisíc tun nákladu.

Soňa Husáková

sona@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.