

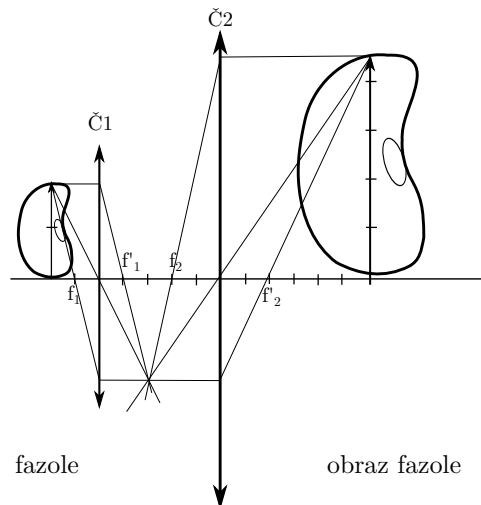
## Úloha IV.4 ... Krátkozraký

6 bodů; průměr 5,08; řešilo 13 studentů

Marcovi velmi chutná čočka. Jednoho dne si pořídil spojnou, která má ohniskovou vzdálenost 1 cm z obou stran, a k tomu druhou, také spojnou o dvojnásobné ohniskové vzdálenosti. Nejdříve se podíval na fazoli o výšce 2 cm první čočkou, kterou umístil do vzdálenosti také 2 cm od fazole. Poté o 5 cm blíže ke svým očím umístil druhou, takže se na fazoli díval skrz obě čočky. Protože má ale Marco dvě oči, může rozpoznat, kde v prostoru leží výsledný obraz fazole po průchodu světla oběma čočkami a jakou má vzdálenost od druhé čočky. Kde leží výsledný obraz fazole a jak je vysoký?

Pro řešení této úlohy je vyžadována základní znalost optické terminologie a postupů používaných ve všech úlohách o světelných paprscích (z geometrické optiky). Pokud jste se náhodou k tomuto tématu ve škole ještě nedostali nebo si jej jen potřebujete zopakovat, doporučujeme prostudovat jedno z našich starších Výfučtení<sup>1</sup>

Důležité je správné porozumění významu pojmu optického obrazu a jak jej obvykle zakreslujeme do geometrických nákrešů optických soustav. Každý bod *předmětu*, na který se skrze čočky díváme, můžeme chápat jako zdroj z něj se rozbíhající paprsků. Část z těchto paprsků se potom může po průchodu čočkami opět setkat v jednom bodě, a vytvořit tak jeden z bodů tzv. *obrazu*. Pokud by se však směr světelných paprsků otočil, mohly by projít přesně tu samou cestu i pozpátku. Obraz i předmět tedy charakterizujeme jako místa, kde se protínají světelné paprsky, ať už do dotyčného vstupují, nebo z něj vystupují. Pro vyřešení úlohy je ale nutné si uvědomit, že vzniklý obraz po průchodu světla první čočkou může také fungovat jako předmět pro další čočku, protože z každého bodu, ve kterém se paprsky sbíhají, se následně i rozbíhají.



Obr. 1: Na tomto obrázku jsou zakresleny dráhy všech tří zmíněných paprsků pro každou z čoček. Č<sub>1</sub> a Č<sub>2</sub> jsou označení pro obě čočky a  $f_1$  a  $f_2$ , resp.  $f_1'$  a  $f_2'$  jsou jejich odpovídající ohniska. Rysky představují 1 cm.

<sup>1</sup>[http://vyfuk.mff.cuni.cz/\\_media/ulohy/r6/vyfucteni/vyfucteni\\_5.pdf](http://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r6/vyfucteni/vyfucteni_5.pdf)

Zmínili jsme se o protínajících se paprscích, ale které to jsou? U každé tenké čočky je užitečné sledovat 3 význačné paprsky: 1) vycházející z předmětu a kolmo dopadající na čočku, který se láme do ohniska na druhé straně, 2) vycházející z předmětu skrz střed čočky, který se neláme, a nakonec 3) procházející ohniskem z té strany čočky, na které je předmět, a lámající se zase tak, aby na druhé straně vycházel kolmo na rovinu lomu. Na základě úvahy výše je jasné, že k nalezení obrazu stačí pouze libovolné dva z těchto paprsků. Ilustrujme si však vše na obrázku 1, který je kompletním grafickým řešením této úlohy.

Úlohu můžeme vyřešit geometricky nebo výpočtem – nejdříve se podívejme na to první. Pro geometrickou konstrukci je užitečný čtverečkový nebo milimetrový papír, na kterém můžeme snadno vyznačit optickou osu soustavy (na obrázku vodorovná čára) a také roviny čoček. Začneme zanesením bodu, který bude hrát roli nejvyššího bodu předmětu, na souřadnicích  $[-2\text{ cm}, 2\text{ cm}]$ , a z něho pak zkonstruujeme výše zmíněné 3 čáry. V jejich průsečíku se nachází obraz vytvářený 1. čočkou. Prostou geometrickou konstrukcí dalších lomených čar ve směru horizontálním, prodloužením přes ohnisko  $f_2$  a nakonec případně konstrukcí přímky skrze střed čočky, dostaneme druhý průsečík, který představuje finální obraz.

Můžete namítat, že paprsky se neumí ve volném prostoru zalomit bezdůvodně, a ptát se, odkud vlastně pochází např. ten paprsek, který po vzniku prvního obrazu prochází středem  $\check{C}_2$ . Tento paprsek je pouze pomocný, a pokud bychom jej prodloužili nazpět na čočku  $\check{C}_1$ , nezalomil by se zpět na fazoli. Pokud ale část paprsků ztrácíme, jak je možné, že je obraz ve skleněné čočce stejně jasný jako původní předmět? Tajemství se skrývá v ostatních paprscích, které na tomto obrázku nebyly zakresleny. Pokud část světla ztrácíme po lomu první čočkou na spodní části nákresu, existuje ještě stejné množství paprsků v horní části obrázku, které sice nekreslíme, ale světlo z nich doplní jinak tmavnoucí obraz.

Ve výsledku si můžeme přeměřit, že se obraz nachází 6 cm po druhé čočce s výškou 4 cm. Ověrme si tento výsledek výpočtem. Někteří z vás jistě znají zobrazovací rovnici tenké čočky

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad a' = \frac{af}{a-f},$$

kde  $a$  je předmětová vzdálenost a  $a'$  je obrazová vzdálenost. Vzdálenost  $f$  je ohnisková. Pro první čočku  $a = 2\text{ cm}$  a  $f = 1\text{ cm}$ . Obraz tak vyjde jako vzdálený 2 cm od roviny první čočky. V zadání se píše, že druhá čočka je k očím blíže o 5 cm, to znamená, že zmíněný obraz, který je nyní předmětem, má  $a = 3\text{ cm}$ . Je snadné si dosadit a vidět, že výsledné  $a'$  je 6 cm. Paprsek procházející středem čočky nám také pomáhá určit výšku výsledného obrazu z podobnosti trojúhelníků. Pokud je předmět druhé čočky vysoký 2 cm a vzdálený 3 cm, pak pokud se obraz nachází zmíněných 6 cm od čočky, musí být druhá odvěsna trojúhelníku (výška obrazu) odpovídajícím způsobem dvojnásobná (aby byl zachován poměr vzdáleností od čočky a výšky). Dvojnásobná výška k původním 2 cm dává ony 4 cm.

Nakonec se můžeme ještě pozastavit nad tím, co to vlastně znamená, že je obraz předmětu před čočkou nějak vzdálený a nějak vysoký. Takový nákres, jako je na obrázku 1, totiž můžeme vytvářet i bezmyšlenkovitě a neporozumět tomu, co vlastně znamená poloha a výška obrazu. Může se nám totiž zdát zvláštní, že se v optice učíme kreslit obrazy někde mimo rovinu čočky, když nikdo nikdy žádný obraz jinde než v čočce neviděl. Fazoli (její obraz) pravděpodobně uvidíme jen tehdy, budou-li naše oči blízko k optické ose a ne pokud se na soustavu budeme dívat ze strany, jako to děláme na obrázku, kde je vše nakresleno z profilu. Na co se to tedy oči skutečně dívají? Odpovědí je, že se dívají doopravdy na obraz, což můžeme snadno rozmyslet. Vzpomeňme si, že obraz slouží jako předmět pro další čočku. V tomto případě můžeme do

soustavy přidat ještě třetí čočku, a tou je naše oko – svými očima nevidíme skrze čočky nikdy předmět, ale pouze jeho obraz, protože nám o něm nepodává informaci nic lepšího než dvakrát lomené paprsky původně z předmětu vycházející. Pokud by čočky byly dostatečné velké a sklo dokonale čisté a matné, nedokázali bychom odhadnout skutečnou vzdálenost předmětu od našich očí, ale pouze jeho obrazu, a ten v tomto případě skutečně uvidíme jako očím ještě bližší, než je  $\check{C}_2$ . Nezapomínejme také na fakt, že polohu obrazu můžeme vidět jen díky tomu, že jsme vybaveni párem očí – prostorovým viděním. Díky tomu je možné zachytit alespoň dva paprsky vycházející ze společného průsečíku.

*Daniel Slezák*

`dans@vyfuk.mff.cuni.cz`

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.