



Zadání I. série



Termín odeslání: 22. 10. 2018 20.00

Úloha I.1 ... Narozeninové zlomky ⑥ ⑦

5 bodů

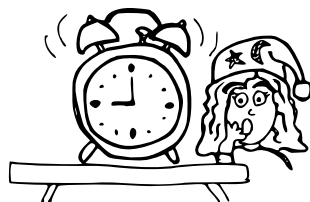
Výfuček se večer před svými 8. narozeninami tak nemohl dočkat všech dárků, že se mu nedařilo usnout. Místo oveček si představil 1 024 zlomků ve tvaru $1/1024$, $2/1024$, ..., $1024/1024$ a počítal, kolik těchto zlomků bude mít v základním tvaru (po zkrácení) ve jmenovateli právě číslo 8. Pomoz Výfučkovi, aby se na svůj narozeninový den dobře vyspal a spočítej, kolik takových zlomků existuje!



Úloha I.2 ... Digitální hodiny ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Klárka trávila polovinu naší zimy ve slunné letní Brazílii. Bohužel, v průběhu té doby došlo kvůli nedostatku dodávky elektřiny do Kosova k poklesu průměrné frekvence střídavého proudu (po celou tu dobu) v celé Evropě z 50 Hz na 49,996 Hz. Zpoždění sítě se pak pro Klárku projevilo náhle po příletu do Česka – večer si doma, jak byla Klárka vždy zvyklá, nastavila budík na termostatu, který určuje čas pomocí této frekvence. Budík ji měl vzbudit správně v 8 ráno, ale zazvonil o 6 minut později.



Určete, před jak dlouhou dobou potíže s frekvencí střídavého proudu začaly.

Úloha I.3 ... Jedou vláčky ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Kačka čekala na nádraží a chtěla zjistit, jakou rychlostí kolem ní projíždějí vlaky. Pomocí počítání vagonů zjistila, že nákladní vlak kolem ní projel rychlostí 30 vagonů za minutu, zatímco rychlík projel rychlostí 0,8 vagonu za sekundu. Doma potom zjistila, že délka osobního vozu je 26 m, zatímco délka nákladního vozu je 14 m. Jakou rychlostí v kilometrech za hodinu projížděly vlaky stanicí?

Úloha I.4 ... Vaříme z vody ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Kačka si napustila do hrnce 5l vody o teplotě 10 °C a chtěla ji uvařit na sporáku. K dispozici měla hořáky o výkonech 1kW, 1,8kW a 2,7kW. Porovnejte pro jednotlivé hořáky, jak dlouho bude trvat, než se na nich voda úplně vypaří, když na ni Kačka zapomene.

Úloha I.5 ... Bratříčku, zavírej vrátka ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ★

6 bodů

Dan musí po svém nepořádném bratrovi neustále zavírat vrata do domu, která nechává otevřená na celých 180°. Vrata mají hmotnost m a šířku r . Otáčejí se kolem svislé osy procházející panty s malým poloměrem r_p , na kterých se třou s koeficientem f (vrata se nedotýkají země).

1. Protože Dana už zavírání unavuje, chce je zavřít s vynaložením co nejmenší práce. Jaká je tato práce, působí-li na vrata celou dobu na místě v nejdleší možné vzdálenosti od pantů?
2. Jindy to zase Dan chce mít rychle za sebou. Kinetická energie otáčejících se vrat je $m\omega^2 r^2/6$, kde ω je úhlová rychlost. Na jakou úhlovou rychlost ω musí na začátku dveře urychlit, aby se samy zavřely, ale přitom nepráskly, tj. zastavily se přesně po 180°?
3. Vzácně je ale Dan i naštvaný. Jednou s vraty švihl tak silně, že při nárazu ztratily jen 50 % energie, kterou v tom okamžiku měly, se zbytkem se odrazily a bez dalšího kontaktu o stěnu se opět samy otevřely na původních 180°. Jaká musela být počáteční úhlová rychlost v tomto případě?

Úloha I.E ... Po stopách Sherlocka ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Je známo, že Sherlock Holmes věřil v nedoceněnou informační hodnotu chůze člověka. Ze stop zanechaných ve sněhu či bahně dokázal vydedukovat způsob chůze, postavu či výšku člověka. V úloze prozkoumáme možnosti těchto metod připodobněním nohou k jednoduchému fyzikálnímu modelu kyvadla.

1. Naměřte závislost frekvence kroků na délce nohy člověka, který kráčí sobě nejpřirozenějším způsobem.¹ Délku měřte vždy např. od kyčle až na zem, měření proveďte pro alespoň 4 různé délky nohy² a vynesete do grafu.
2. Najděte si, jaký vztah platí mezi frekvencí kyvů³ a délkou tzv. *matematického kyvadla*. Ukažte, zda a jak tato závislost odpovídá naměřeným hodnotám.

Úloha I.C ... Jablko nepadlo daleko od stromu ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Ačkoliv se historka o jablku spadnuvším na Newtonovu hlavu pravděpodobně odehrála jinak, nebo se vůbec neodehrála, poskytuje nám tak i tak dobré fyzikální cvičení. Představme si tedy, že Newton sedí pod stromem a spadlo na něj jablko. Odhadněte:

1. Jak velkou gravitační silou působí jablko na Newtona a Newton na jablko v okamžiku, kdy se jablko Newtona dotýká? Odhadněte všechny potřebné veličiny.

¹Může jít i o již hotové záznamy lidské chůze.

²Tedy čtyři různé lidi. ;)

³Jeden kyv počítáme přirozeně jako dobu mezi dvěma průchody kyvadla jedním bodem za pohybu stejným směrem. Může tedy jít i o čas mezi dvěma průchody stejnou maximální výchylkou.

2. Jak velkou gravitační silou působí Země na jablko a jablko na Zemi? Jakým zrychlením se pohybuje Země k jablku a jakým jablko k Zemi?
3. Pokud je jedno jablko v koruně stromu a jedno leží na zemi pod ním, kde leží jejich společné těžiště? Jak velké a kam směřující je zrychlení tohoto těžiště, začne-li horní jablko padat s tíhovým zrychlením g k dolnímu?

Poznámka Text seriálu naleznete na našem webu.



Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <http://vyfuk.mff.cuni.cz>
e-mail: vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

Výfuk je také na Facebooku 
<http://www.facebook.com/ksvyfuk>

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.