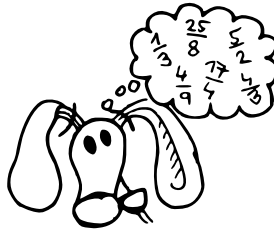


Úloha I.1 ... Narozeninové zlomky

5 bodů; (chybí statistiky)

Výfuček se večer před svými 8. narozeninami tak nemohl dočkat všech dárků, že se mu nedařilo usnout. Místo oveček si představil 1 024 zlomků ve tvaru $1/1024$, $2/1024$, ..., $1024/1024$ a počítal, kolik těchto zlomků bude mít v základním tvaru (po zkrácení) ve jmenovateli právě číslo 8. Pomoz Výfučkovi, aby se na svůj narozeninový den dobře vyspal a spočítej, kolik takových zlomků existuje!



Abychom ve jmenovateli zlomku získali z čísla 1 024 číslo 8, museli bychom hodnotu jmenovatele vydělit číslem $1024/8 = 128$. Nemůžeme si ale dovolit dělit jmenovatele samostatně, protože si jako celek musí zlomek zachovávat svou hodnotu. To znamená, že zároveň se jmenovatelem musíme číslem 128 vydělit i hodnotu čitatele.

Násobení hodnot čitatele i jmenovatele stejným číslem se nazývá *rozšiřování*. Když chceme vydělit hodnotu čitatele i jmenovatele stejným číslem, vlastně jen násobíme jeho převrácenou hodnotou. Pak jde o *krácení*.

Víme, že hodnota zlomku musí být mezi $1/1024$ a 1, zároveň musí mít osmičku ve jmenovateli a přirozené číslo v čitateli. Nabízí se nám, že řešením jsou všechny zlomky $1/8$, $2/8$, ..., $8/8$.

Nicméně musíme ověřit, zda jsou tyto zlomky v základním tvaru, jak to po nás požaduje zadání. Ihned vidíme, že zlomky $2/8$, $4/8$, $6/8$ a $8/8$ nadále můžeme krátit dvěma (tedy rozšířit číslem $1/2$), takže nejsou v základním tvaru. Zbytek zlomků, tedy $1/8$, $3/8$, $5/8$ a $7/8$, už v základním tvaru jsou. Nyní je můžeme zpátky rozšířit číslem 128, abychom se ujistili, že jmenovatel bude opravdu 1024. Popořadě nám vychází: $128/1024$, $384/1024$, $640/1024$ a $896/1024$. Tímto jsme vyřešili Výfučkovu úlohu – existují pouze 4 takové zlomky, které vyhovují zadání.

Robert Gemrot

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.