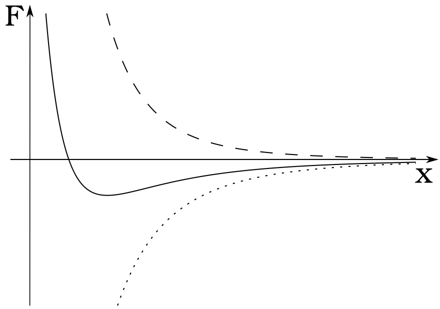
Výfučtení: Deformace, elasticita

Při řešení fyzikálních úloh s tělesy, které se vlivem vnějších sil pohybují nebo sráží, obvykle používáme představu tzv. dokonale tuhého tělesa. Takové těleso se při působení vnějších sil nijak nedeformuje – nemění se jeho tvar ani objem. V tomto Výfučtení se budeme věnovat případu, kdy naopak vnější síla těleso deformuje (např. natahování gumy). Přirozeně nás napadne, že v takových případech nám dokonale tuhé těleso nestačí a musíme se seznámit s novými pojmy i veličinami.

Mezičásticové síly

Každé těleso se skládá z menších objektů – atomů, molekul atd. Tyto „částice" na sebe silově působí, a to odpudivými a přitažlivými silami. Velikosti těchto sil závisí na vzájemné vzdálenosti částic. Obě tyto síly se zmenšují se zvětšující se vzdáleností mezi částicemi, nicméně každá „jinak rychle". Důsledkem toho má výsledná síla zajímavý průběh, který můžeme vidět na grafu 1.

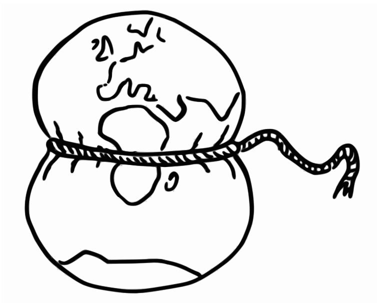


Obr. 1: Graf závislosti silového působení mezi částicemi v závislosti na vzdálenosti. Tečkovaně je znázorněna přitažlivá síla, čárkovaně odpudivá a plnou čárou výsledná síla.

Popsat matematicky tyto průběhy není nejjednodušší. Protože to pro nás není nezbytné, nebudeme se zbytečně zatěžovat rovnicí a podíváme se na ně víc „s nadhledem". Prvně nezapomeňme zmínit, že tento graf je naopak, než bychom čekali – v horní části grafu je vynesena odpudivá síla, ve spodní části grafu síla přitažlivá. Jak si můžeme všimnout, jsou-li částice příliš u sebe, převládá vliv odpudivé síly a jsou tlačeny dál od sebe. Čím blíž jsou částice k sobě, tím větší je odpudivá síla. Naopak, jsou-li částice od sebe dál, převládá vliv přitažlivé síly, která je přitahuje zpět k sobě. Avšak čím jsou částice od sebe vzdálenější, tím je tato přitažlivá síla menší. Z toho vyplývá, že existuje nějaká ideální vzdálenost, ve které je výsledná působící síla nulová. Té je dosaženo v tzv. *rovnovážné poloze* a je to vzdálenost, kterou mezi sebou mají částice v běžných podmínkách. Tuto vzdálenost z grafu vyčteme jako bod, kde graf prochází nulovou hodnotou síly. Začneme-li ale těleso deformovat, změní se vzájemná vzdálenost částic a jedna ze sil začne převládat. Jak můžeme lehce vyčíst z grafu, výsledná síla bude vždy bránit působící deformaci.

Typy deformace

Deformaci můžeme rozdělit na dva základní druhy dle výsledku působení síly na těleso po jejím zmizení – pružnou (elastickou) a tvárnou (plastickou). Jako pružnou deformaci označujeme takovou, kdy se těleso vrátí do svého původního tvaru a objemu po ukončení působení deformačních sil. Jestliže naopak těleso zůstane zdeformované i po vymizení deformující síly, jedná se o deformaci tvárnou. Deformace můžeme dále dělit také podle směru deformujících sil. My si nyní popíšeme 5 základních druhů deformace.



Deformace tahem

Nejjednodušším druhem je takzvaná deformace tahem, kdy působíme silami na obou stranách tělesa, které se díky tomu roztahuje (obrázek a). V takovémto případě se částice od sebe oddalují a začnou převládat přitažlivé síly. V praxi se tento typ deformace projevuje například u tažných lan výtahů, kladek, jeřábů apod. V další části si tento typ deformace rozebereme podrobněji.

Deformace tlakem

Deformace tlakem je opakem deformace tahem – na těleso působíme silami směrem do středu tělesa (obrázek b). Tentokrát se částice k sobě přibližují, tedy začnou převládat odpudivé síly. S touto deformací se v praxi setkáme například u různých lisů.

Deformace smykem

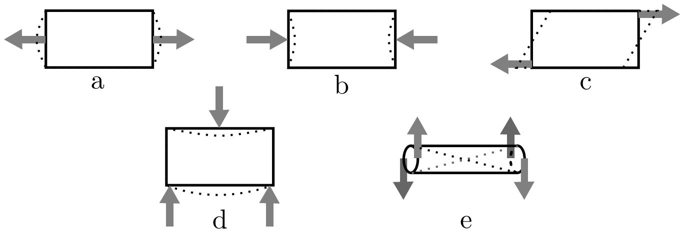
Při deformaci smykem působíme na protilehlé stěny tělesa silami opačné orientace. (obrázek c). V tomto případě se nemění vzdálenost mezi částicemi, mění se poloha jednotlivých vrstev částic, které po sobě kloužou. Smykem jsou namáhány například šrouby nebo nýty.

Deformace ohybem

Těleso je nyní podložené z jedné nebo obou stran a někde mezi těmito podpěrami je zatížené (obrázek d). Pokud se podíváme, co se děje s částicemi, uvidíme, že ty v horní části tělesa tvoří vnitřní část oblouku – vzdálenosti mezi nimi se zmenšují, tudíž tato část je deformována tlakem. Částice v dolní části tělesa tvoří naopak vnější oblouk, jejich vzájemné vzdálenosti se zvětšují a tato část je deformována tahem. V prostřední vrstvě částic zůstává vzájemná vzdálenost zachována. Tato deformace se projevuje například u mostních konstrukcí.

Deformace krutem

Poslední typ deformace, na kterou se v tomto Výfučtení podíváme, je deformace krutem (obrázek e). Při této deformaci působíme na každé straně tělesa silou s nenulovým momentem,[1] přičemž tyto momenty jsou opačně orientované – způsobují krut (neboli *torzi*) tělesa. Z částicového pohledu po sobě jednotlivé vrstvy částic kloužou.



Obr. 2: Typy deformace

Podívejme se podrobněji na případ deformace tahem. Pokud těleso natahujeme silou F, působí na nás dané těleso reakční silou F_p. Tato síla, která v něm vzniká, se nazývá *síla pružnosti* a je způsobena mezičásticovými přitažlivými silami. Působí v každém průřezu tělesa kolmém na tuto sílu. Proto definujeme veličinu nazývanou *normálové napětí*, kterou značíme σ_n a která je podílem sil pružnosti a plochy kolmého průřezu.

$$\sigma_n = \frac{F_p}{S}$$

Deformace tělesa je pro malá normálová napětí elastická, tedy těleso se po ukončení silového působení vrátí do původního tvaru. Pokud však normálové napětí dosáhne hodnoty takzvané *meze pružnosti* σ_E, přestává být deformace elastická a dále se těleso deformuje plasticky. Ta může probíhat dále, dokud normálové napětí nedosáhne takzvané *meze pevnosti* σ_p, kde je působení mezičásticových sil už příliš slabé, neudrží těleso pohromadě, a to se přetrhne.

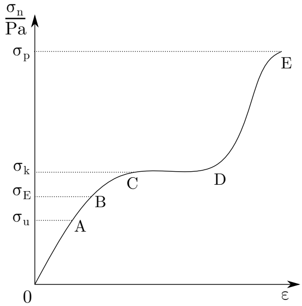
Hodnoty těchto mezí je velmi užitečné znát. Například při konstrukci výtahu musíme vědět, že lano nemůžeme zatěžovat neomezeně. Ve skutečnosti si potřebujeme být jisti, že se lana budou deformovat vždy elasticky, tedy že se nebudou měnit jejich vlastnosti v čase. Proto si při navrhování takových systémů dáváme vždy pozor, aby maximální povolené zatížení stále poskytovalo dostatečnou rezervu k mezi pružnosti. Nicméně se nám hodí znát ještě jednu veličinu, a tou je relativní prodloužení.

Relativní prodloužení

Při deformaci tělesa tahem dojde k jeho prodloužení o délku Δl. Toto prodloužení ale nemůžeme objektivně porovnávat pro tělesa různých délek (natáhnout 1 cm gumy o 10 cm je mnohem složitější než o stejnou délku natáhnout 2 m gumy), proto zavádíme takzvané *relativní prodloužení* ε, které nám říká, o jakou svoji část se dané těleso protáhne. Spočítat ho lze velmi snadno,

[1] Pokud vám moment síly nic neříká, tak neváhejte nahlédnout do Výfučtení z 6. ročníku, 4. série *Otáčivý pohyb*.

jako podíl prodloužení tělesa Δl a jeho původní délky l_0, $\varepsilon = \Delta l / l_0$. Jedná se tedy o bezrozměrnou veličinu. Při deformaci tělesa z dané látky přísluší každému relativnímu prodloužení nějaké normálové napětí. Jak může vypadat graf závislosti normálového napětí na relativním prodloužení je naznačeno na obr. 3.



Obr. 3: Příklad grafu závislosti normálového napětí na relativním prodloužení

Na grafu vidíme, že až po mez pružnosti σ_E je normálové napětí přímo úměrné relativnímu prodloužení, potom zůstává téměř konstantní. Zde dochází k takzvanému tečení materiálu, kdy se relativní prodloužení zvětšuje bez dalšího zvětšování normálového napětí, až se začne normálové napětí opět zvyšovat, dosáhne mezi pevnosti σ_p a těleso praskne.

Hookův zákon

Pružnou deformaci, kde je závislost normálového napětí na relativním prodloužení přímo úměrná, můžeme tedy popsat velmi jednoduchým vzorcem. Jako první jej formuloval anglický fyzik Robert Hooke, po němž je nazýván Hookův zákon a zní

$$\sigma_n = E\varepsilon\,,$$

kde E je konstanta úměrnosti nazývaná *Youngův modul pružnosti v tahu*, jejíž jednotkou je Pa. Je to látková konstanta – liší se tedy pro jednotlivé materiály a její hodnotu můžeme najít v tabulkách. Čím větší je hodnota modulu pružnosti, tím menší je deformace při stejné působící síle – tím těžší je těleso natáhnout.

Dosadíme-li do této rovnice výrazy pro relativní prodloužení tělesa i pro výpočet normálového napětí, dostáváme tvar

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l_0}\,,$$
$$F = \frac{ES}{l_0}\Delta l\,.$$

Druhý řádek je pouze tvar, který nám popisuje závislost potřebné síly k protažení tělesa o Δl. Tento tvar je některým z vás již možná povědomý – výraz $\frac{ES}{l_0}$ se obvykle nahrazuje jedinou veličinou nazývanou tuhost k, jejíž jednotka je $\mathrm{N\cdot m^{-1}}$. Hookův zákon tedy můžeme napsat i ve tvaru

$$F = k\Delta l\,,$$

který se nejčastěji používá k popisu deformace pružiny.

Shrnutí

V tomto Výfučtení jsme si představili jev, při kterém působením vnějších sil na těleso dochází k jeho deformaci. Mezi nejdůležitější poznatky patří fakt, že deformace může být dvojího druhu – elastická, česky pružná (vratná), nebo plastická (nevratná). Popisovat plastickou deformaci není vůbec lehké, nicméně v praxi se jí snažíme vyhnout. Daleko důležitější je umět popsat pružnou deformaci. K tomu se využívá Hookův zákon, který nám dává do souvislosti působící sílu a vyvolané prodloužení tělesa.

Takže až příště pojedete výtahem, zkuste se zamyslet, co všechno se kolem vás deformuje.

Kateřina Rosická
`kackar@vyfuk.mff.cuni.cz`

Kateřina Stodolová
`katas@vyfuk.mff.cuni.cz`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.