



Zadání V. série



Termín odeslání: 9. 4. 2018 20.00

Úloha V.1 ... Platón ⑥ ⑦

5 bodů

Lidé byli již od starověku fascinováni geometrií a souměrností. Jedním ze symbolů dokonalosti byla ve starověkém Řecku takzvaná platónská tělesa. To jsou tělesa, jejichž stěny jsou shodné pravidelné mnohoúhelníky a existuje jich celkem pět – čtyřstěn, krychle, osmistěn, dvanáctistěn a dvacetistěn. V antice jim byla přiřazována symbolika pěti prvků. Ovšem i ze současného pohledu mají tato tělesa některé zajímavé vlastnosti, například se velmi často objevují ve tvarech krystalů.

Na našem webu¹ můžete najít sítě těchto těles. Vaším úkolem bude nejprve vystříhnout sítě a slepit z nich tělesa (nezapomeňte poslat fotku) a poté u každého spočítat všechny vrcholy, hrany a stěny a zapsat tyto počty do tabulky. Souvisí spolu nějak tato čísla pro každé těleso? Zkuste najít jednoduchý vzorec, který je vždy spojuje.

Úloha V.2 ... Babylonská ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Chceme-li vyjádřit některá čísla dostatečně přesně, musíme využít v desítkové soustavě mnoho cifer. Hodně jich ale ušetříme, použijeme-li šedesátkovou soustavu. V této soustavě počítali například staří Babylóňané. Zapište na tři „šedesátinná“ místa čísla $\sqrt{2}$ a π a zjistěte, na kolik desetinných míst v desítkové soustavě jsou takto zapsaná čísla přesná.

Nápověda: Šedesátková soustava používá místo přechodu přes desítku přechod až přes šedesátku. Správně bychom potřebovali šedesát různých číslic, avšak uvědomíme-li si, že desetinná čísla můžeme zapsat i ve formě zlomků, na příklad $2,34 = 2 + 3/10 + 4/10^2$, můžeme obdobným způsobem zapisovat čísla v šedesátkové soustavě s využitím klasických číslic – ve jmenovatelích zlomků se budou vyskytovat mocniny 60 udávající „šedesátinná“ místa a čitatelé budou moci nabývat šedesáti různých „čísel“ v rozsahu 0–59. Můžete si například ověřit, že desítkové číslo 3,56 se dá zapsat 3;33,36 jako šedesátkové, kde čárkou oddělujeme šedesátkové číslice a středníkem nahrazujeme „šedesátinnou čárku“.

Úloha V.3 ... Kapesné ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Pavla zjistila, že jí stávající výše jejího kapesného nestačí. Rozhodla se, že každý rok na Silvestra (31. 12.) projde Prahou a sesbírá peníze, které lidé poztráceli. Podle jejího odhadu každý den upustí na zem jednu korunu 0,1 % (tzn. jedno promile) obyvatel Prahy, v níž žije konstantní počet 1 milion lidí. Pavla sbírá ztracené koruny pouze jediný den v roce, a proto dokáže sesbírat pouze 5% z celkového obnosu peněz, který leží na zemi. Předpokládejme, že na chodnicích na začátku roku 2018 neležela jediná ztracená mince. Pavla šla poprvé sbírat ztracené mince na konci roku 2018, tedy 31. 12. 2018, a nikdo jiný než ona peníze ze země nesbírá. Kolik peněz Pavla nasbírá za 5 let? Uvažujte, že jsou všechny roky dlouhé 365 dní.

¹http://vyfuk.mff.cuni.cz/_media/ulohy/r7/s5/platon.pdf

Úloha V.4 ... Vyhlídkový let ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

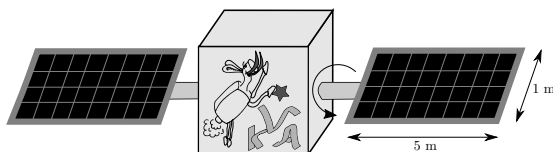
Organizátoři Výfuku se rozhodli pro víkendový výlet v horkovzdušném balónu. Jako fyzici věří, že ho zvládnou uříditi sami, jenže právě teď nechtěně zrychleně klesají. Nenafouknutý balón i s nákladem váží $m_B = 400 \text{ kg}$, nafouknutý má tvar koule s poloměrem $R = 8 \text{ m}$. Jde o typický balón s hořákem, který může vyměňovat vzduch s okolím (okolní vzduch má tlak $p = 10^5 \text{ Pa}$ a hustotu $\rho_{vz} = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$). Na jakou teplotu T musí organizátoři hořákem zahřát vzduch v balónu, aby zastavili zrychlování směrem dolů? Mezi hustotou vzduchu v balónu a jeho teplotou platí vztah $\rho = k \cdot p/T$, kde $k \doteq 3,37 \cdot 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{K}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{Pa}^{-1}$ a T je teplota v kelvinech.

Úloha V.5 ... Družice ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ★

7 bodů

Výfučí Kosmická Agentura (VKA) se rozhodla vyslat do vesmíru svoji první sondu, která má ověřit nové technologie k návrhu druhé sondy. Mise druhé sondy už má směřovat k Marsu s cílem prozkoumat zde možnosti založení prvního trvale osídleného města. Při výzkumu za účelem splnění tohoto cíle se ukázalo, že největší problém dělá napájení družic.

1. Astronomové zjistili, že výkon Slunce je $3,8 \cdot 10^{26} \text{ W}$ a že je vyzařován rovnoměrně do všech směrů². Jaký je výkon slunečního záření na metr čtvereční v blízkosti Země? Vzdálenost Země–Slunce je $150 \cdot 10^6 \text{ km}$.
2. Konstrukteři z VKA se rozhodli první sondu Výfučkomut 1 napájet pomocí solárních panelů. Ty jsou obdélníkového tvaru o rozměrech $5 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ a mohou se natáčet podle osy rovnoběžné se svojí delší stranou, viz obrázek 1. Jaký výkon budou panely dodávat Výfučkomutovi 1, bude-li na ně sluneční záření dopadat po úhlem $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$ a 0° , a jejich účinnost je $\eta = 20\%$?

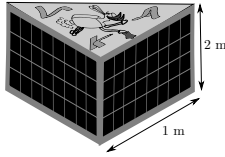


Obr. 1: Výfučkomut 1

3. Z mise Výfučkomuta 1 se konstruktéři poučili, a proto pro misi k Marsu postavili Výfučkomut 2 – sondu ve tvaru pravidelného trojbokého hranolu o hraně 1 m a výšce 2 m , viz obrázek 2. Na rozdíl od první má tato solární panely (stejně účinnosti) na všech třech bočních stěnách, přičemž bude udržovat osu (tu, která prochází podstavami) kolmou na rovinu oběhu kolem Slunce. Při jakém natočení vůči Slunci má tehdy sonda nejmenší příkon?

Konstrukteři chtěli zjistit, jestli i při tomto minimálním výkonu sonda může přežít, než se ze Země dostane na Mars. Pomozte jim a spočítejte, v jaké vzdálenosti od Slunce může sonda nejdále pracovat, pokud k fungování potřebuje stálý příkon 200 W ? Zvládne tedy cestu na Mars z energetického hlediska? Mars je od Slunce vzdálen zhruba $228 \cdot 10^6 \text{ km}$.

²Tento děj si můžeme představit jako děj velmi podobný tomu, kdy je vyzařováno světlo z žárovky.



Obr. 2: Výfučkomut 2

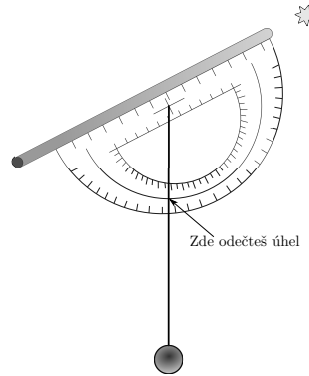
Úloha V.E ... Sextant ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

V minulém Výfuččení jsme se bavili o různých způsobech, jak v astronomii stanovit polohu tělesa. Představili jsme si nebeský souřadnicový systém. Pro astronomii však nestačí jen popis oblohy – musíme být schopni ještě polohu těles na obloze změřit. Toto se dneska provádí pomocí všemožných komplikovaných dalekohledů a teleskopů, nicméně zvládnout doma to může alespoň na základní úrovni každý! Podle následujícího návodu si proto zkuste postavit vlastní sextant, zařízení na měření úhlů vzdálených objektů, jako například hvězd.

Ačkoliv se sextantem dokážeme naměřit docela dost věcí, k jeho výrobě potřebujeme jen pár lehce dostupných předmětů – úhloměr, provázek, nějaký středně těžký předmět, který poslouží jako závaží, a brčko. Na úhloměr do středu vodorovné části připojte provázek dlouhý alespoň 30 cm, na kterém je na konci zavěšeno malé závaží. Podél pravítka na úhloměru přilepte lepicí páskou brčko – to bude sloužit jako teleskop. Výsledek by měl potom vypadat podobně jako na obrázku vpravo. Odečet úhlové výšky provádějte tak, že namíříte brčkem na objekt, provázek volně visí k zemi (viz odkaz pod čarou). Úhel je vyznačen na (používejte hodnoty od 0° do 90°) stupnici úhloměru. Úhlová výška nad obzorem je hodnota po odečtení naměřeného úhlu φ od 90° .

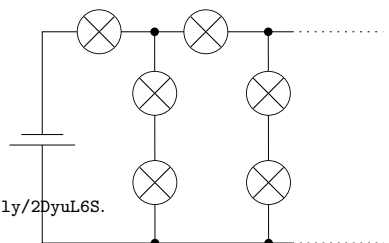
Postavený sextant využijte k tomu, abyste zjistili, v jaké výšce nad obzorem se nachází Polárka. Dále kompasem změřte azimut hvězdy Castor ze souhvězdí Blíženci³ (tj. úhlovou vzdálenost od severu) a zaznamenejte si čas měření. Změřenou hodnotu úhlů a další potřebné údaje zadejte do připravené kalkulačky na stránkách Výfuku⁴. Obdobně zkuste určit svoji pozici pomocí hvězdy Regulus ze souhvězdí Lva. Na závěr se zkuste zamyslet nad všemi možnými chybami, které do měření přispívají.



Úloha V.C ... ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Výfuček chce tentokrát vánoční světélka s dostatečným předstihem. Ví se, že je od přírody velmi šikovný, a proto se rozhodl si svá světélka svépomocí vyrobit. Nyní se nachází ve fázi, kdy má světélka už sice vyrobená, ale přemýšlí, jak je má vlastně zapojit všechny dohromady. Rozhodně nechce, aby mu z nich začaly létat jiskry a



Obr. 3: R-2R síť se žárovkami

³Mapu hvězdné oblohy můžete nalézt například na <http://bit.ly/2DyuL6S>.

⁴Dostupné na adrese <http://vyfuk.mff.cuni.cz/ulohy/r7/s5>.

zkratem mu zapálily třeba stromeček! Ví, že každou jeho žárovíčkou má procházet proud v rozmezí 0,1–3 A a na každé z nich nesmí napětí přesáhnout hodnotu 10 V. Jeho žárovíčky mají odpor $10\ \Omega$ a k jejich napájení Výfuček používá ideální zdroj napětí $U = 25\ \text{V}$.

1. Výfuček přemýšlí, jestli zapojit všechny žárovíčky paralelně, nebo sériově. Jaké bude napětí na jednotlivých žárovíčkách a jaký jimi bude procházet proud v obou zapojeních, použije-li Výfuček pouze 5 žárovíček? Budou při některém z těchto zapojení žárovíčky svítit?
2. Výfuček však má žárovíček mnohem více, a tak přemýšlí o tom, kolik nejvíce a kolik nejméně jich může zapojit sériově. Pomozte mu a spočítejte proud a napětí pro n sériově zapojených žárovíček a určete, pro jaká n žárovíčky svítí.
3. Nakonec se ale rozhodl, že nejlepší bude žárovíčky zapojit do tzv. R-2R sítě, jejíž schéma vidíte na obrázku 3. Jaký je odpor této sítě, jestliže je nekonečná?
4. Výfuček s překvapením zjistil, že zapomněl na odpor drátů. Jaký je odpor celé nekonečné sítě, pokud dráty mají mezi každými dvěma uzly odpor $0,5\ \Omega$?

Poznámka Text seriálu naleznete na našem webu.



Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <http://vyfuk.mff.cuni.cz>
e-mail: vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz

Výfuk je také na Facebooku 
<http://www.facebook.com/ksvyfuk>

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.