

Úloha IV.E . . . Rozmrzni!

7 bodů; (chybí statistiky)

Jak jistě víte, k roztání ledu je potřeba určité množství tepla, které je závislé na jeho hmotnosti. Změřte měrné skupenské teplo tání ledu pomocí rychlovarné konvice, a to tak, že nejprve ohřátím daného množství vody určité její výkon, a poté ohřátím vody s ledem určité měrné skupenské teplo tání ledu. Pokud nemáte rychlovarnou konvici, nezapomejte! Měření můžete provést i ohřátím vody na sporáku, avšak musíte si dát pozor, abyste neměnili jeho výkon během jednotlivých měření. Nezapomeňte pokus několikrát opakovat a uvážit chybu měření. Na závěr se zkuste zamyslet nad jejími příčinami.

Teorie

Při měření výkonu konvice využijeme toho, že známe množství tepla, které musí voda o počáteční teplotě t_0 přijmout, aby se začala vařit. Toto teplo vypočítáme $Q = mc(t_v - t_0)$, kde t_v značí teplotu varu, pro vodu je to 100°C . Výkon definujeme jako poměr dodané energie za čas τ_1 potřebný k přivedení vody k varu, tedy:

$$P = \frac{mc(t_v - t_0)}{\tau_1},$$

kde uvažujeme měrnou tepelnou kapacitu vody $c = 4180 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Při měření měrného skupenského tepla tání ledu l použijeme led o hmotnosti m_l , který necháme předtím chvíli při pokojové teplotě (pro přesnější výsledky můžeme led rozdrtit, abychom zajistili, že se nestane to, že uvnitř ledu bude teplota nižší než 0°C), takže jeho teplotu můžeme považovat za $t_l = 0^\circ\text{C}$ a ne nižší. Poté vložíme led do vody o teplotě t_1 a hmotnosti m_v a vzniklou směs necháme přivést k varu ve varné konvici. Tentokrát je potřeba dodat teplo k roztátí ledu o hmotnosti m_l , teplo k ohřátí vzniklé vody o hmotnosti m_l o $t_v - t_l$ a vody o hmotnosti m_v o $t_v - t_1$. Potřebné teplo tedy je

$$Q = m_l l + m_l c(t_v - t_l) + m_v c(t_v - t_1).$$

Protože výkon konvice považujeme za konstantní, trvá nyní ohřívání směsi delší čas τ_2 .

$$P = \frac{m_l l + m_l c(t_v - t_l) + m_v c(t_v - t_1)}{\tau_2}$$

Z této rovnice můžeme vyjádřit hledané měrné skupenské teplo tání pomocí výkonu, který jsme změřili v minulém experimentu:

$$l = \frac{P\tau_2 - m_l c(t_v - t_l) - m_v c(t_v - t_1)}{m_l}.$$

Měření

Na začátku jsme museli zjistit výkon konvice. Toto měření probíhalo tak, že jsme do kuchyňské odměrky nalili určitý objem vody a spočítali její hmotnost pomocí vzorce $m = \rho V$, kde hustota vody je přibližně $1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Dále jsme teploměrem určili její počáteční teplotu t_0 a nechali vodu vařit v konvici.¹ Čas jsme měřili stopkami a za okamžik varu jsme považovali automatické

¹Počáteční teplotu vody je potřeba určovat u každého měření zvlášť, protože z kohoutku vytéká voda pokaždé jinak teplá.

vypnutí konvice. Mezi jednotlivými pokusy bylo potřeba nějakou dobu počkat, než konvice vychladne, jinak by bylo měření ovlivněno těmi předchozími. Naměřené hodnoty jsme zapsali do tabulky a vypočítali výkon varné konvice.

Tab. 1: Měření výkonu varné konvice

č. měření	1	2	3	4	5
m/kg	1	0,8	0,6	1	0,75
$t_0/^\circ\text{C}$	14	11	15,5	10	17
τ_1/s	199,8	165,2	121,8	201,4	150,9
P/W	1 799	1 801	1 740	1 868	1 724

Z výsledných pěti hodnot jsme spočítali aritmetický průměr $\bar{P} = 1\,786,6\text{ W}$, se kterým budeme dále počítat. Při měření měrného skupenského tepla jsme postupovali obdobně, pouze jsme navíc zvážili led dodaný do vody. Během celého měření bylo třeba postupovat rychle, aby voda či led přijímaly co nejméně tepla od okolí. Výsledné hodnoty jsme zanesli do tabulky 2.

Tab. 2: Měření měrného skupenského tepla tání

č. měření	1	2	3	4	5
m_v/kg	1	0,8	0,6	0,5	0,75
m_l/kg	0,03	0,061	0,055	0,055	0,153
$t_1/^\circ\text{C}$	12	12	13	18	15
τ_2/s	218,0	186,8	147,4	128,1	221,8
$l/\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$	303 142	230 073	401 858	628 080	430 173

Z vypočtených hodnot vidíme, že ta čtvrtá se od ostatních velmi výrazně liší, tedy nejspíš se bude jednat o nějakou hrubou chybu (například špatné odečtení z měřicích přístrojů), a proto ji do dalších výpočtů nezahrneme a průměr budeme počítat pouze pro zbylé čtyři hodnoty. Spočítáme tedy aritmetický průměr těchto čtyř hodnot $\bar{l} = 341\,311\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$, a poté takzvanou standardní odchylku σ_l , která se počítá tak, že rozdíl každého výsledku od průměru umocníme na druhou, tyto umocněné rozdíly sečteme, vydělíme $n(n-1)$ (kde n je počet měření) a na konec odmocníme. Těm, co znají symboliku sumy, prozradíme, že vzorec vypadá takto:

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{l} - l_i)^2}{n(n-1)}}$$

a náš výsledek činí $\sigma_l = 46\,001\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}$. Zapišeme výsledek s odchylkou a nezapomeneme správně zaokrouhlit. Běžně se zaokrouhluje odchylka na dvě platné číslice a průměr na stejný počet desetinných míst, tedy:

$$l = (341 \pm 46)\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}.$$

Na závěr ještě vypočteme tzv. relativní chybu, která udává, o kolik procent se může skutečná hodnota lišit od našeho výsledku. Je užitečné toto číslo znát, protože lépe popisuje, jak moc přesného výsledku jsme vlastně dosáhli. Absolutní nepřesnost je sice také dobré vědět, ale pokaždé hraje jinou roli. Uvažte sami, že kdybychom například naměřili hodnotu 1 kJ, tak by

chyba ± 46 kJ dosahovala 46krát větší hodnoty než výsledek, a nemohli bychom si jím tedy být vůbec jisti. Tuto chybu vypočítáme jako $\delta = \sigma_l/l = 46/341 \doteq 13\%$.

Tabulková hodnota měrného skupenského tepla tání ledu je $l = 334 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$, což je velmi blízko naší naměřené hodnotě, ale vzhledem k velikosti relativní chyby se to stalo spíše náhodou než přesností našeho měření. Nepřesnosti měření mohou být dány tím, že výkon konvice nemusí být stále stejný nebo automatickým vypnutím konvice dříve či později, než je dosaženo bodu varu. Další podstatnou nepřesností je, že nemůžeme přesně změřit teplotu ledu a musíme ji tedy pouze odhadovat na 0°C po dostatečném odstátí.

Kateřina Rosická
kackar@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.