

Úloha II.E ... Šup, šup!

8 bodů; (chybí statistiky)

V mnoha úlohách se můžete setkat s koeficientem tření a s výpočty třecích sil z normálových sil, které jsou v našich úlohách často ztělesněné silami tíhovými. Často jsou tyto koeficienty zadány, jak se ale vlastně dají změřit?

Klidové koeficienty tření (tj. koeficienty potřebné k výpočtu síly nutné k rozpoohybování těles¹) jsou závislé na materiálech, které se po sobě třou. Proto je potřeba je změřit pro každé dva materiály zvlášť. Změřte tyto klidové koeficienty tření pro alespoň dvě různé dvojice materiálů.

Nezapomeňte popsat všechny důležité kroky svého měření, včetně konstrukce měřicího zařízení, vzorců, které jste použili, a konstant potřebných k výpočtům. Odhadněte či spočítejte nepřesnost svého měření.

Teorie

Klidové koeficienty tření f vystupují v rovnici třecí síly

$$F_t = F_N f,$$

kde F_N je normálová (tj. kolmá) tlaková síla na styčnou plochu a výsledná F_t působí proti eventuálnímu pohybu tělesa o hmotnosti M , který by se jinak odehrával v souladu s 2. Newtonovým zákonem. Když na těleso tlačíme směrem proti podložce, tak normálová síla je tzv. reakce od podložky, která brání tomu, aby se těleso do podložky „zanořilo“. Většinou se setkáváme s případy, kdy těleso seshora tlačí silou kolmo k podložce, kdy F_N se přímo rovná této síle.

Můžeme uvažovat nad různými zdroji tlakové síly, kam F_N směřuje (například řemeny obtáčející hladká kola hnacích strojů musí svým ovinutím vyvíjet přitlačnou sílu na jejich povrch z libovolného, konstrukcí právě vyžadovaného směru, jinak by docházelo na různých místech k prokluzování), jak se mění. Abychom měření měli co nejjednodušší, zařídíme si to tak, aby normálová síla odpovídala síle tíhové.

Ze vzorce též vyplývá, že třecí síla nezávisí na obsahu styčné plochy. Dosažení co největší takové plochy je však výhodné pro studium tření, protože pokud se na povrchu objevují nějaké výrazné nerovnosti (např. nějaké smetí, kterého si nevšimneme), těleso by pak nečelilo pouze tření, ale i zásekům o tyto nerovnosti, které by byly vůči použitému povrchu poměrně větší a překrývaly by skutečný hledaný význam okolního povrchu.

Pomocí klidových koeficientů můžeme určit maximální třecí síly, které v kontaktu těles vznikají a mohou bránit prvotnímu rozpoohybování tělesa. Po rozpoohybování obvykle tření klesá (proto sebou tažené těleso na podložce často nejdříve šklubne, ale poté se už s ním dá snadněji pohybovat) a i koeficient tření se sníží (z klidového koeficientu se stává *dynamický*, který je většinou menší než klidový, ale dále ho rozebírat nebudeme).

Základní princip měření tedy spočívá v navyšování vodorovné tažné síly na těleso o hmotnosti M , které svým prvním zvoleným materiálem stojí na druhém zvoleném povrchu podložky, která je pokud možno co nejvíce vodorovná, aby tlaková síla byla skutečně svislá. Tah je možno realizovat za pomoci nitě na těleso přilepené (nejlépe pod jeho těžištěm, aby se nepřevracelo), na níž je přes pevnou kladku na konci podložky zavěšeno závaží, z jehož hmotnosti m_z můžeme stanovit právě působící tažnou sílu. Na závaží přidáváme a ve chvíli, kdy dojde k rozpoohybování tělesa, můžeme konstatovat překonání klidové třecí síly.

¹Pokud jste o klidovém tření ještě neslyšeli, můžete si o něm přečíst na webu https://cs.wikipedia.org/wiki/Tření#Klidové_tření.

Znamená to také, že se do rovnosti dostala tíhová síla závaží, přenášená nití, a třecí síla tělesa vyvolávaná jeho tíhou působící na podložku:

$$F_t = F_g \Rightarrow Mgf = m_z g \Rightarrow f = \frac{m_z}{M}, \quad (1)$$

kde jsme mohli vykrátit hodnotu tíhového zrychlení g . Z tohoto vztahu tedy budeme určovat koeficienty tření.

Ti, kteří znají goniometrické funkce, mohli odvodit ještě alternativní postup, který zde však nebudeme realizovat, ale jen jej nastíníme. Nevyžaduje žádné závaží a spočívá v použití nakloněné roviny s nastavitelným úhlem sklonu, kdy jej postupně zvětšujeme a co nejpřesněji určíme úhel α , kdy se již těleso dá samo do pohybu. Výpočtem z rozkladu sil můžeme dojít ke vztahu

$$f = \operatorname{tg} \alpha.$$

Postup a výsledky měření

K metodě měření pomocí závaží jsme přistoupili pro jeho snadnou realizovatelnost z domácích materiálů. Za pomoci elektronické váhy s přesností desetiny gramu jsme změřili, že papírový pytlík, který jsme vyrobili, aby zatěžoval nit a vkládalo se do něj závaží, má hmotnost 1,9 g. Tento pytlík vyrobený z ubrousku a izolepou připevněný přesně postačoval na základní natažení nitě přes kladku (i s vlastní vahou byla jinak stále volná). Na druhém konci na podložce bylo připraveno skleněné těžítko s počáteční hmotností 246,2 g, které bylo s nití spojeno pevně izolepou. Samo mělo zhruba 10 cm na výšku, ale připevněno bylo jen pár milimetrů nad stykem s podložkou pro minimalizaci pákového efektu a pro zachování vodorovnosti nití. Hmotnost nitě a izolepy zanedbáváme.

Kladka byla zhotovena z gumového kolečka o průměru zhruba 2 cm z dětské stavebnice Cheva, navlečená na osu zhotovenou z nepatrně tenčí tuhy od propisky. Ze zmíněné stavebnice byla zhotovena i konstrukce, která byla o podložku zapřena, nedovolovala prohnutí osy a dokázala blokovat pohyb rozjetého těžítko. Důležité je, že kolo vykazovalo velmi nízké tření na své ose, které bylo mnohem menší než mezi těžítkem a podložkou. Jako závaží posloužily spousty korunových mincí, které mají známou hmotnost, ale radši jsme je pro jistotu převážili. Korunové mince měly tu výhodu, že jsme mohli přidávat po velmi malých kouscích, a tak co nejpřesněji vystihnout moment, kdy je třecí síla v rovnováze s tíhovou silou působící na závaží.

Měření jsme provedli pro dvě dvojice materiálů, a to sklo-sklo a papír-papír (kancelářský). V prvním případě stačilo jednoduše těžítko položit na skleněnou desku, kterou je možno vybrat např. ze skříně či stolu. V druhém případě se na desku připevnil list papíru a těžítko se zespoda obtočilo proužkem stejného vystříženého papíru. Spolu s tímto papírem se jeho hmotnost zvedla o 0,3 g.

V následující tabulce uvádíme naměřené hodnoty a z toho spočtené koeficienty f , nakonec jejich průměr $\langle f \rangle$. Měření bylo pro každou dvojici materiálů provedeno čtyřikrát v různých vzdálenostech od kladky. Poslední údaj je směrodatná (standardní) odchylka výsledku σ , která z do té doby zjištěných výsledků vyhodnocuje jejich proměnlivost a je základním měřítkem přesnosti měření. Spočteme ji takto²

(1) Spočteme průměrnou hodnotu $\langle f \rangle$.

(2) Určíme rozdíly jednotlivých hodnot od průměrné a každý z nich umocníme na druhou.

²Například ve vzorovém řešení experimentální úlohy 4. série 6. ročníku můžete nalézt odlišný a v mnohých případech snazší postup, který ale dá stejný výsledek.

Tab. 1: Změřené hmotnosti závaží v gramech (v závorce dopočtená f). V předposledním řádku jsou uvedeny průměrné hodnoty f a v posledním řádku odpovídající standardní odchylky.

	sklo-sklo	papír-papír
M	246,2	246,5
1	81,85 (0,332)	86,93 (0,353)
2	86,22 (0,350)	93,67 (0,380)
3	90,66 (0,368)	90,22 (0,366)
4	83,02 (0,337)	93,92 (0,381)
$\langle f \rangle$	0,347	0,370
σ	0,027	0,012

(3) Tyto druhé mocniny zprůměrujeme (sečteme a podělíme počtem).

(4) Výsledek zpětně odmocníme.

Diskuze a závěr

Zjistili jsme tedy, že sklo a papír měly v tomto experimentu s papírem téměř shodný koeficient tření. Měření koeficientů tření je velmi závislé na kvalitě provedení a patří mezi experimentálně obtížnější úlohy. U papíru má měření důležité technické aplikace, protože např. výrobci kopírovacích a tiskařských strojů potřebují předcházet poruchám při manipulaci s papírem. Naše hodnoty také odpovídají tabulkovým hodnotám ostatních experimentátorů. S papírem se výsledek liší v jednotkách procent od komerčních experimentů³ a u skla se zdá, že velký význam hrálo znečištění, protože výsledky odpovídají těm pro sklo znečištěné/promazané⁴.

Přesnost měření by se dala zvýšit například použitím závaží o menší hmotnosti (vystihli bychom lépe moment rovnováhy sil) nebo kladkostroje s menším třením, nicméně považujeme náš výsledek za celkem přesný a odpovídající realitě.

Daniel Slezák

dans@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

³Zdroj: <http://bit.ly/2mI5Ee0>

⁴Zdroj: <http://www.carbidedepot.com/formulas-frictioncoefficient.htm>