

Úloha II.5 ... Vyhazování mincí

7 bodů; (chybí statistiky)

Při čekání na ústní část zkoušky si Simča chtěla zkrátit dlouhou chvíli, a tak si pohazovala mincí vážící $m = 10\text{ g}$. Za chvilku ji napadlo, jak vysoko by musela mincí hodit, aby jí po 10 minutách, kdy Simči začíná zkouška, spadla do druhé dlaně.

- (a) Jak vysoko musí mince vyletět, aby Simči spadla za 10 minut do druhé dlaně, která je od házející dlaně vzdálena 15 centimetrů? Uvažujte, že tíhové pole se podél celé dráhy letu mince nebude měnit.
- (b) Jaká bude počáteční rychlost mince ve svislém a ve vodorovném směru?
- (c) Jakou práci Simča hodem vykoná?



- (a) Když Simča vyhazuje minci z jedné ruky do druhé, jedná se o šikmý vrh vzhůru. Mince se během cesty do Simčiny druhé dlaně bude pohybovat po parabole, polovinu času se bude pohybovat směrem nahoru a druhou polovinu směrem dolů. Tyto dvě části letu jsou pro parabolu identické, jen probíhají v opačném směru. Pohyb mince můžeme rozdělit na dva vůči sobě nezávislé pohyby – pohyb ve svislém směru, kdy se jedná o pohyb rovnoměrně zpomalený/zrychlený, a na pohyb ve vodorovném směru, kdy se jedná o rovnoměrný přímočarý pohyb. Pokud budeme nyní uvažovat jenom pohyb ve svislém směru, a to jeho druhou polovinu, jedná se o volný pád, což je vlastně rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením g s nulovou počáteční rychlostí. Vzdálenost, kterou těleso padající volným pádem urazí za čas t je

$$h = \frac{1}{2}gt^2,$$

čili za $5\text{ min} = 300\text{ s}$ urazí dráhu $h = (1/2) \cdot 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot (300\text{ s})^2 = 450\,000\text{ m} = 450\text{ km}$. Počítáme s časem pět minut, jelikož díky již zmíněné symetrii mezi pádem a stoupaním mince trvá čas obou těchto částí stejně, a tak jsme celkový čas vydělili dvěma. Mince by tedy musela vyletět do výšky 450 km, což je oblast nízké oběžné dráhy, tedy už zde rozhodně není homogenní tíhové pole. Se vzdáleností od Země se její přitažlivá síla zmenšuje, a tedy by se mince dostala o něco výše.

- (b) Když Simča vyhodí minci do vzduchu, bude se její rychlost rovnoměrně snižovat, tedy v čase t bude velikost rychlosti ve svislém směru $v = v_y - gt$. Po pěti minutách bude mince v nejvyšším bodě své trajektorie, čili její svislá rychlost bude nulová. Zapsáno rovnicí

$$0 = v_y - gt.$$

Z toho vyjádříme počáteční rychlost ve svislém směru:

$$v_y = gt = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \cdot 300\text{ s} = 3\,000\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Při šikmém vrhu jsou na sobě vodorovná rychlost v_x a svislá rychlost v_y navzájem nezávislé. Vodorovnou rychlost, jakou musela Simča minci hodit, spočítáme klasicky ze vztahu

$$v = \frac{s}{t},$$

odkud po dosazení dostáváme

$$v_x = \frac{0,15\text{ m}}{600\text{ s}} = 0,00025\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Aby Simčí mince dopadla po deseti minutách do druhé dlaně, musela by ji hodit počáteční svislou rychlostí $v_y = 3\,000\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a počáteční vodorovnou rychlostí $v_x = 2,5 \cdot 10^{-4}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- (c) Když Simča vyhazuje minci, udělí jí nějakou kinetickou energii E_k , která je závislá na rychlosti dle vzorce

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

Jelikož se energie zachovává, mění se během pohybu mince kinetická energie na potenciální a pak zpátky na kinetickou, ale celková mechanická energie zůstává stejná. Mince má na začátku nulovou energii, a proto musí Simča vykonat práci, kterou ji udělí kinetickou energii E_k . Celkovou rychlost mince dopočítáme z rychlostí v obou směrech pomocí Pythagorovy věty:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}.$$

Jelikož je však rychlost ve vodorovném směru v_x oproti svislé složce v_y zanedbatelná, můžeme psát $v \approx v_y$. Proto vykonaná práce bude:

$$W = \frac{1}{2}mv_y^2 = \frac{1}{2}0,01\text{ kg} \cdot (3\,000\text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 \doteq 45\,000\text{ J}.$$

Simča vykoná práci přibližně 45 kJ.

Kateřina Rosická

kackar@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.