Úloha II.3 ... Roztavená kulka

6 bodů; (chybí statistiky)

Tom viděl na nedávné pouti podivný magický trik. Zdejší kouzelník naládoval pušku olověnou kulkou, zamířil na obrovský terč a vystřelil. Ačkoliv obecenstvo dosvědčilo, že náboj puška skutečně vystřelila, po nárazu nebylo po kulce ani stopy.

Toma po chvilce přemýšlení napadlo, že by trik mohl být způsoben tím, že se olověná kulka jednoduše roztavila. Pomozte Tomovi vypočítat minimální rychlost kulky v okamžiku nárazu do terče, jestliže zjistil, že kulka váží 0,5 g*, měrná tepelná kapacita olova je* $129\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}}$*, měrné skupenské teplo tání olova je* $23{,}2\cdot 10^3\,\mathrm{J\cdot kg^{-1}}$*, teplota tání olova je* 328 °C *a okolní teplota je* 20 °C*. Také pro zjednodušení uvažujte, že terč byl tak pevný, že se s ním nic nestalo, a proto se všechna kinetická energie přeměnila na teplo, které kulku ohřálo.*

Na počátku našeho řešení si musíme uvědomit, jak velkou energii kulka má a jak se během jejího pohybu mění jeden druh energie na druhý.

Po výstřelu získá kulka kinetickou energii, kterou má každé těleso, které je v pohybu. Spočítáme ji jako $E_\mathrm{k} = mv^2/2$, kde m je hmotnost a v rychlost kulky. Při dopadu na terč se veškerá kinetická energie přemění na teplo,[1] díky kterému se kulka roztaví.

Výpočet tepla potřebného k roztavení kulky se skládá ze dvou částí – z tepla Q_1, které musí kulka přijmout, aby se ohřála na svou teplotu tání (teplotu tání olova), a na skupenské teplo tání L_t potřebné přímo k samotnému roztavení. Teplo Q_1 spočteme jako

$$Q_1 = mc\Delta t\,,$$

pro skupenské teplo tání máme vzoreček

$$L_\mathrm{t} = ml_\mathrm{t}\,,$$

kde m je hmotnost kulky, c je měrná tepelná kapacita olova, l_t je měrné skupenské teplo tání a Δt nám říká, o kolik stupňů se kulka ohřála. Jedná se tedy o rozdíl teploty kulky před výstřelem a její teploty po nárazu, tedy teploty tání olova. Nezapomeňme, že kulka má na začátku stejnou teplotu jako její okolí.

Protože zanedbáváme odpor vzduchu, v průběhu letu kulky se energie nikde neztrácí, takže kinetická energie kulky na počátku musí být rovna teplu na konci, proto můžeme napsat rovnici

$$\frac{1}{2}mv^2 = mc\Delta t + ml_\mathrm{t}\,.$$

Dosazením za $\Delta t = t_1 - t$ můžeme následně vyjádřit rychlost v, čímž dostaneme vzorec pro výpočet minimální rychlosti kulky, aby se po nárazu roztavila

$$v = \sqrt{2(c(t_1 - t) + l_\mathrm{t})}\,.$$

Po dosazení číselných hodnot zjistíme, že minimální rychlost ocelové kulky při výstřelu by musela být $v \doteq 354{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

Ve skutečnosti by rychlost musela být výrazně vyšší, protože kulka by se musela pohybovat nadzvukovou rychlostí. Odporové síly, které by při nadzvukové rychlosti na kulku působily, by byly relativně velké, a proto by se značná část kinetické energie kulky „spotřebovala“ na jejich překonání. Dále, při takhle velkých rychlostech bychom nemohli zanedbat energii, která by

[1] Ve skutečnosti platí zákon zachování hybnosti, nicméně jak nám říká zadání, můžeme předpokládat, že se přemění veškerá kinetická energie na teplo. V tomto případě se dopouštíme pouze zanedbatelné chyby.

se „spotřebovala“ na deformaci terče. Museli bychom vzít do úvahy zákon zachování hybnosti, z něhož bychom zjistili, že potřebná rychlost kulky by byla ještě vyšší. Kulky se běžně takovými rychlostmi nepohybují, a proto by kouzelníkův trik musel fungovat na jiném principu.

Karolína Letochová

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.