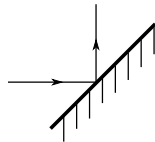


Úloha VI.5 ... Síla laseru

8 bodů; průměr 5,00; řešilo 28 studentů

Paťo si do své laboratoře pořídil silný laser. Nevěřiv se chtěl skutečně přesvědčit, jak je laser silný, a proto se jeho sílu pokusil změřit. Jeho pokus byl ale neúspěšný, neboť měl po ruce jen obyčejný siloměr.

- (1) Nenulová síla laserového paprsku spočívá v tom, že jednotlivé fotony (částice světelného záření) mají i při nulové hmotnosti nenulovou energii a hybnost. Najděte v literatuře nebo na internetu vztahy pro energii a hybnost fotonu, které závisí na vlnové délce světla λ , Planckově konstantě h a rychlosti světla c .
- (2) Paťův laser má výkon $P = 50 \text{ W}$ (což je opravdu silný laser). Spočítejte, kolik fotonů N vyletí z laseru za $t = 1 \text{ s}$, pokud je vlnová délka světla $\lambda = 500 \text{ nm}$ (zelené světlo).
- (3) Laserový paprsek dopadá pod úhlem 45° na zrcátko a odráží se (opět pod úhlem 45° , viz obrázek 1). Odrazem se sice nemění velikost hybnosti fotonů, ale její směr. Pomocí skládání vektorů vypočítejte, jak velká je tato změna hybnosti Δp pro jeden foton.



Obr. 1: Odraz laserového paprsku od zrcátka

- (4) Síla, kterou laserový paprsek působí na zrcátko, je daná celkovou změnou hybnosti za sekundu, tzn. $F = \Delta p N / t$. Vypočítejte tuto sílu.
- (5) Je možné sílu takové velikosti měřit siloměrem?

- (1) Potřebné vztahy nalezneme například na Wikipedii¹. Pro energii a hybnost jednoho fotonu platí

$$E_f = \frac{hc}{\lambda}, \quad p_f = \frac{E_f}{c} = \frac{h}{\lambda},$$

kde $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ je Planckova konstanta, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ je rychlost světla ve vakuu a $\lambda = 500 \text{ nm} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ je zadaná vlnová délka světla.

- (2) Pokud má jeden foton energii E_f a laser vyzáří za 1 s celkovou energii E , vyzáří tím za stejný čas $N = E/E_f$ fotonů. Energii E zjistíme jako součin známého výkonu laseru P a odpovídajícího času:

$$E = Pt = 50 \text{ W} \cdot 1 \text{ s} = 50 \text{ J}.$$

Energii E_f zjistíme pomocí vztahu uvedeného výše jako

$$E_f = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \doteq 4 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

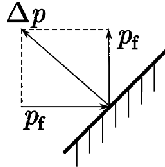
Zbývá už jen spočítat počet elektronů N :

$$N = \frac{E}{E_f} = \frac{50 \text{ J}}{4 \cdot 10^{-19} \text{ J}} \doteq 1,25 \cdot 10^{20}.$$

Za jednu vteřinu tedy z laseru vyletí $1,25 \cdot 10^{20}$ fotonů.

¹<https://cs.wikipedia.org/wiki/Foton>

- (3) Nejdříve si musíme uvědomit, co vlastně změna hybnosti je. Pokud foton letí směrem k zrcátku, jeho hybnost je p_f a směřuje doprava (směr hybnosti je stejný jako směr, kterým foton letí), viz obrázek 2. Odrazem od zrcátka pak foton směr letu změní. Tím se sice nezmění velikost jeho hybnosti (neboť se nezmění jeho vlnová délka), ale směr hybnosti ano. Pokud nakreslíme vektor hybnosti před i po odrazu, můžeme zakreslit i vektor změny hybnosti $\Delta\vec{p}$, který po vektorovém sečtení s vektorem hybnosti dopadajícího fotonu dá vektor hybnosti odraženého fotonu, viz opět obrázek 2.



Obr. 2: Nákres změny hybnosti

Díky tomu, že foton na zrcátko dopadá a odrazí se pod úhlem 45° , můžeme ve výpočtu velikosti Δp použít Pythagorovu větu. Délky vektorů hybností před a po nárazu jsou odvěsny, změna hybnosti Δp je přepona:

$$\Delta p^2 = p_f^2 + p_f^2 \Rightarrow \Delta p = \sqrt{2p_f^2} = \sqrt{2}p_f.$$

Pro číselné vyjádření potřebujeme zjistit hodnotu p_f . K tomu použijeme výše nalezený vztah

$$p_f = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \doteq 1,32 \cdot 10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Nyní jen dosadíme do upravené Pythagorovy věty a vypočítáme Δp :

$$\Delta p = \sqrt{2}p_f = \sqrt{2} \cdot 1,32 \cdot 10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \doteq 1,86 \cdot 10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

Změna hybnosti jednoho fotonu Δp je tedy přibližně $1,86 \cdot 10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- (4) Pro výpočet síly stačí dosadit již vypočtené hodnoty do vztahu ze zadání:

$$F = \frac{\Delta p N}{t} = \frac{1,86 \cdot 10^{-27} \text{ kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \cdot 1,25 \cdot 10^{20}}{1 \text{ s}} \doteq 2,33 \cdot 10^{-7} \text{ N}.$$

Pokud bychom nedosazovali číselné mezivýsledky, ale obecné vztahy pro p_f a N , dostali bychom překvapivě jednoduchý vztah, který dokonce nezávisí na vlnové délce vyzařovaného světla:

$$F = \frac{\Delta p N}{t} = \frac{\sqrt{2} \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{Pt}{hc/\lambda}}{t} = \frac{\sqrt{2} P}{c} = \frac{\sqrt{2} \cdot 50 \text{ W}}{3 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}} \doteq 2,35 \cdot 10^{-7} \text{ N}.$$

- (5) Laserový paprsek na zrcátko působí silou asi $0,23 \mu\text{N}$, kterou nelze měřit sebecitlivějším pružinovým siloměrem.

Miroslav Jarý
Jason@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.