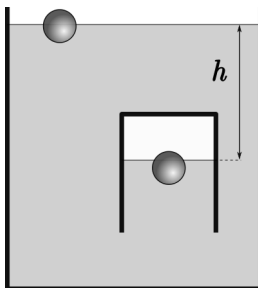


Úloha V.5 ... Kulička v ponorce

8 bodů; průměr 4,25; řešilo 32 studentů

Pavla se o víkend rozhodla studovat tlakové a vztlakové síly. Vzala si proto malou kuličku s hustotou $\rho = 500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a nechala ji plovat na hladině vody o hustotě $\rho_v = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

- (1) Jaká část objemu kuličky je ponořena pod vodní hladinu?
- (2) Tento pokus Pavle přišel brzo nudný. Rozhodla se sestavit si ponorku. Její konstrukce byla velmi jednoduchá. Vzala si obyčejnou sklenici s hmotností $m = 0,5 \text{ kg}$ a objemem $V_0 = 550 \text{ ml}$, kterou otočila dnem nahoru a opatrně ponořovala do vody. Pavla sledovala, jak se s rostoucí hloubkou vzduch v sklenici stlačuje, a do sklenice stoupá voda. Je-li vzduch dostatečně stlačen, sklenice zůstane ve vodě plovat. Zjistěte, na jaký tlak musí být vzduch ve skleničce stlačen. Zanedbejte hmotnost vzduchu a objem skla, ze kterého je sklenice vyrobena. Atmosférický tlak v době experimentu byl $p_0 = 101\,000 \text{ Pa}$.
- (3) Pavla si správně uvědomila, že stlačování vzduchu má na svědomí hydrostatický tlak odpovídající rozdílu mezi volnou hladinou vody a hladinou vody v její ponorce h (vizte obrázek 1). Vypočítejte tento výškový rozdíl.
- (4) Pavla pokus s ponorkou zopakovala ještě jednou, ale tentokrát nechala v ponorce plovat svoji kuličku. Jaká část objemu kuličky bude ponořena pod hladinou vody v ponorce?
- (5) Uvažujme, že Pavla ponorku potápí rovnoměrnou rychlostí. Odhadněte, zda-li bude kulička během potápění ponořena více nebo méně než na jeho konci.



Obr. 1: Nákres Pavlina pokusu

- (1) Když kulička plove, jsou tíhová a vztlaková síla působící na kuličku v rovnováze, tzn. $F_{vz} = F_G$. Vztlakovou sílu kuličky lze vyjádřit jako $F_{vz} = \rho_v V' g$, V' je objem ponořené části kuličky a g tíhové zrychlení. Pro tíhovou sílu platí $F_G = Mg$, kde M je hmotnost kuličky. Tu můžeme vyjádřit pomocí její hustoty ρ a objemu V jako $M = V\rho$. Pokud nyní dosadíme do vyjádření rovnováhy sil, dostaneme

$$\rho_v V' g = \rho V g.$$

Z rovnice vyjádříme poměr objemu ponořené části a celého objemu kuličky:

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho}{\rho_v} = \frac{500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}}{1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}} = \frac{1}{2}.$$

Ponořena tedy bude polovina kuličky.

- (2) Jelikož předpokládáme, že potápění skleničky je dostatečně pomalé pro udržení stejné teploty, budou děje ve skleničce izotermické (nebude se měnit teplota). Podle stavové rovnice tedy platí

$$pV = \text{konst.}$$

Před ponořením měl vzduch ve skleničce objem V_0 a tlak p_0 . Ve chvíli, kdy ponorka plove, má vzduch objem V_s a tlak p , který chceme vypočítat. Lze tedy psát

$$p_0 V_0 = p V_s \quad \Rightarrow \quad p = p_0 \frac{V_0}{V_s}.$$

Pokud zanedbáme hmotnost vzduchu a objem skla, bude na ponorku působit tíhová síla skleničky $F'_G = mg$ a vztlačová síla vzduchu $F'_{vz} = V_s \rho_v g$. Pokud bude sklenička plovat, musí být tyto síly v rovnováze, tzn. musí platit $mg = V_s \rho_v g$. Z této rovnice můžeme vyjádřit objem vzduchu v ponorce jako $V_s = m/\rho_v$ a dosadit do vztahu pro tlak p :

$$p = p_0 \frac{V_0}{\frac{m}{\rho_v}} = \frac{p_0 V_0 \rho_v}{m} = \frac{101\,000 \text{ Pa} \cdot 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}{0,5 \text{ kg}} \doteq 111\,100 \text{ Pa}.$$

Ve sklenici musí být vzduch stlačen na tlak 111 100 Pa.

- (3) Jak bylo řečeno v zadání, rozdíl tlaků $\Delta p = p - p_0$ musí být roven hydrostatickému tlaku v hloubce h . Musí tedy platit

$$\Delta p = h \rho_v g \quad \Rightarrow \quad h = \frac{\Delta p}{\rho_v g} = \frac{111\,100 \text{ Pa} - 101\,000 \text{ Pa}}{1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}} \doteq 1,03 \text{ m}.$$

Výškový rozdíl volné hladiny vody a hladiny vody v ponorce bude tedy $h = 1,03 \text{ m}$.

- (4) Jelikož je sklenička v rovnovážném stavu a plove, je tlak vzduchu stejně velký jako tlak vody, a tedy se oproti situaci na hladině pro kuličku nic nezmění. Je to stejné, jako kdybychom úvodní pokus opakovali při různých tlacích vzduchu, také by se velikost ponořené části nezměnila. Pod hladinou tedy bude opět polovina objemu kuličky.
- (5) Pokud Pavla potápí skleničku rovnoměrnou rychlostí, na skleničku nepůsobí žádné zrychlení, tedy výslednice sil na ni působících musí být nulová a v každém okamžiku je sklenička v rovnováze. To tedy znamená, že v každém jednotlivém okamžiku budou tlaky vody a vzduchu vyrovnané a z kuličky bude tedy stále ponořena polovina. Při tomto přístupu předpokládáme, že sklenička se vždy posune dolů jen o velmi malý kousek a tlaky se stihnou vyrovnat, než se sklenička opět posune. Pokud by však rychlost skleničky byla větší a tlaky by se nestihly vyrovnávat, byl by tlak vody na chvíli vždy o něco málo větší než tlak vzduchu v ponorce. V důsledku nerovnováhy tlaků by byla ponořena menší část kuličky než její polovina.

Kateřina Rosická

kackar@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.