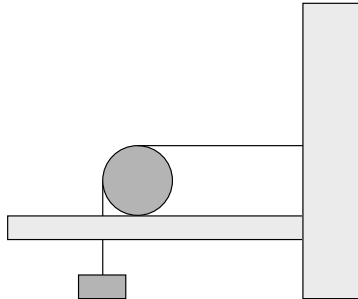


Úloha V.2 ... Válec

5 bodů; průměr 3,34; řešilo 41 studentů

Na dvou vodorovných kolejkách je položen válec o poloměru $r = 15$ cm. Válec se po nich pohybuje bez prokluzování. Na válec položíme provaz o délce $l = 2$ m tak, že je na jedné straně uchyten na stěně ve výšce 30 cm nad kolejkami a jeho druhá část volně visí dolů (viz obrázek 1). Střed válce je vzdálen od stěny 1 m. Na volném konci je zavěšeno závaží o hmotnosti $m = 250$ g. Nyní provaz přitáhneme ke stěně o 50 cm. Jak se změní výška závaží?



Obr. 1: Boční náčrt válce na kolejkách

Nejdříve můžeme začít jednoduchým geometrickým rozбором úlohy. Poloměr válce činí 15 cm, jeho průměr tedy je 30 cm, což je stejné jako výška uchytení provazu nad kolejkami. Je-li provaz napnutý, je i vodorovný, tak jako na obr. 1, a od stěny k bodu prvního dotyku s válcem je dlouhý 1 m.

Provaz se dotýká válce pouze v jeho horní levé čtvrtině obvodu. Na válci můžeme přičíst k výšce zmíněnému 1 m čtvrtinu obvodu válce, která činí

$$\frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi \cdot 15 \text{ cm}}{2} \doteq 23,6 \text{ cm}.$$

Pod úroveň středu válce tedy visí zbývajících zhruba 76,4 cm. V této hloubce také visí závaží – pokud vystoupá o větší vzdálenost, víme, že narazí do válce.

Budeme předpokládat, že po celou dobu přitahování bude provaz stále napnutý. Dále předpokládáme (aby úloha byla vůbec řešitelná), že válec přitáhneme dostatečně pomalu na to, aby se pohyboval pouze v průběhu manipulace s provazem. Přesnou hmotnost závaží k řešení úlohy znát nepotřebujeme; ta nás má pouze ujistit, že provaz je napnutý i pod válcem.

Nyní je třeba se zamyslet. Pokud se válec odvalí o část svého obvodu d , posune se jeho střed nad kolejkami rovněž o d . Protože ale provaz nad válcem nesmí prokluzovat, musí se vůči středu válce odmotat rovněž stejná část jeho délky d . Malý úsek provazu, který předtím byl přímo nad středem válce, tedy musel vzhledem ke středu válce urazit vodorovně vzdálenost d . Protože se ale sám střed posunul o d nad kolejkami, úsek provazu urazil vůči kolejkám vzdálenost $2d$. To v kontextu této úlohy znamená, že pokud provaz přitáhneme o $2d$, válec se odvalí jen o d a závaží vystoupá o d .

Odpovědí tedy je, že když jsme přitáhli provaz o 50 cm, závaží se zvedlo jen o 25 cm. Klesnout nemůže, leda by se provaz roztrhl. Protože na začátku bylo závaží v hloubce 76,4 cm pod středem válce, rozhodně do něj nenarazí.

Uvedený princip si můžete vyzkoušet i sami. Vezměte si dostatečně přesný válec – třeba víčko od PET lahve – a postavte ho obvodem na čtverečkovaný papír. Shora na víčko přiložte vodorovně stupnici pravítka a pomocí něj válejte víčko po papíru. S jeho pomocí si můžete všimnout, že zatímco bod dotyku válce s papírem se posunul o vybraný počet čtverečků, stupnice pravítka se přitom posune vzhledem k papíru o dvojnásobek.

Daniel Slezák

`dans@vyfuk.mff.cuni.cz`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.