

Úloha IV.C ... Frisbee

6 bodů; průměr 3,79; řešilo 29 studentů

Honza si trénoval házení frisbee. V jedné obskurní knížce o technice házení si přečetl, že lepší hod a delší dolet má frisbee s vyšší celkovou energií – frisbee totiž letí těsně po hodu tak, že se otáčí kolem svého středu obvodovou rychlostí v_o a navíc se pohybuje vpřed posuvnou rychlostí v_p .

Honza umí házet frisbee tak, že $v_o = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $v_p = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Neumí se ale rozhodnout, co si má trénovat: má usilovat o zvýšení obvodové, nebo posuvné rychlosti o $\Delta v = 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$? Jinými slovy, má se snažit házet rychlejší nebo více roztočené frisbee?

Předpokládejte, že frisbee má přibližně tvar tenkého disku (válece) o poloměru 10 cm a hmotnosti 200 g.

Úlohu budeme řešit tak, že si spočítáme, o kolik by se zvedla energie frisbee v případě, kdy Honza zvýší obvodovou rychlost a o kolik by se zvedla energie v případě, kdy zvýší posuvnou rychlost. Začneme obvodovou rychlostí.

Při zvyšování obvodové rychlosti dochází ke zvyšování rotační energie, pro kterou najdeme v textu Výfučtení vztah

$$E_r = \frac{1}{2} J \omega^2,$$

kde J značí moment setrvačnosti a ω je úhlová rychlost. Frisbee lze považovat za tenký váleček, takže jeho moment setrvačnosti lze vyjádřit jako

$$J = \frac{mr^2}{2},$$

kde $m = 200 \text{ g}$ je hmotnost a $r = 10 \text{ cm}$ je poloměr frisbee.

Dále pro úhlovou rychlost platí $\omega = v_o/r$. Dosadíme-li všechny tyto vztahy do vztahu pro energii, získáme obecný vzorec závisující jen na známých veličinách:

$$E_r = \frac{1}{2} J \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m r^2 \cdot \left(\frac{v_o}{r}\right)^2 = \frac{m r^2 v_o^2}{4 r^2} = \frac{m v_o^2}{4}.$$

Nyní spočítejme, o kolik by se zvýšila rotační energie, kdyby Honza zvýšil obvodovou rychlost o Δv . Jednoduše odečteme rozdíl energií před a po zvýšení rychlosti z v_o na $v_o + \Delta v$:

$$\begin{aligned} \Delta E_r &= \frac{m (v_o + \Delta v)^2}{4} - \frac{m v_o^2}{4} = \frac{m [(v_o + \Delta v)^2 - v_o^2]}{4} = \\ &= \frac{0,2 \text{ kg} \cdot \left[(1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - (1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 \right]}{4} \doteq 0,063 \text{ J}. \end{aligned}$$

Podobně budeme postupovat i v případě posuvné části kinetické energie, která již ve svém základním tvaru

$$E_{\text{pos}} = \frac{1}{2} m v_p^2$$

závisí pouze na hmotnosti a posuvné rychlosti:

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2} m (v_p + \Delta v)^2 - \frac{1}{2} m v_p^2 = \frac{m [(v_p + \Delta v)^2 - v_p^2]}{2} = \\ &= \frac{0,2 \text{ kg} \cdot \left[(2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} + 0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 - (2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1})^2 \right]}{2} \doteq 0,225 \text{ J}. \end{aligned}$$

Porovnáme-li, jak se změní energie spolu se zvýšením jednotlivých rychlostí, dojdeme k závěru, že by měl Honza zapracovat na tom, s jakou posuvnou rychlostí frisbee hází.

Petr Doubravský
petrd@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.