

## Úloha IV.4 ... Rezistorová challenge 7 bodů; průměr 5,17; řešilo 40 studentů

*K dispozici máte libovolný počet rezistorů s odporem  $1\ \Omega$ . Zapojte je tak, aby výsledný odpor zapojení byl přesně  $2,7\ \Omega$  a zkuste při tom použít co nejméně rezistorů. Nejeftektivnější zapojení budou bodově ohodnocena.*

*Challenge. Paťo navrhl řešení s použitím pouze osmi rezistorů. Najdete lepší řešení?*

Jedná se o úlohu, kterou není možné řešit analyticky (správným postupem dojít přímo k jednomu nebo dokonce ke všem řešením). Pro nalezení možných zapojení bude nutné použít důvtip a trochu hrubé síly. V důvtipu spočívá využití vlastností sériového a paralelního řazení odporů, což může dramaticky zjednodušit naše řešení. Dalším prostředkem pro snížení pracnosti může být tabulkový procesor (Excel nebo Calc).

Rozsah výpočtů je závislý na výzvě, kterou přijmeme. Přijmeme tedy Paťovu výzvu a hledejme zapojení pro  $N = 8$  rezistorů. Neuspějeme-li, můžeme pokračovat v hledání zapojení s 9 nebo více rezistory, což bude znamenat jen malé rozšíření výpočtů pro nové případy.

### Připomenutí základních vztahů

Dva sériově zapojené odpory mají výsledný odpor  $R_{S2} = R + R = 2R = 2\ \Omega$ , tři zase  $R_{S3} = 3R = 3\ \Omega$ . Obecně platí, že  $n$  sériově zapojených rezistorů má celkový odpor  $R_{Sn} = nR$ .

Pokud nahlédneme do učebnic fyziky, zjistíme, že dva paralelní rezistory mají výsledný odpor  $R_{P2} = R/2 = 0,5\ \Omega$  a tři  $R_{P3} = R/3 \doteq 0,333\ \Omega$ . Snadno lze také odvodit, že celkový odpor  $n$  stejných rezistorů zapojených paralelně je  $R_{Pn} = R/n$ . Přehled celkových odporů paralelně zapojených rezistorů uvádíme v tabulce 1. Všimněte si, že některé odpory v tabulce vychází přesně (a mohou být pro nás užitečné), jiné mají neukončený desetinný rozvoj a pro naše hledání nejsou vhodné.

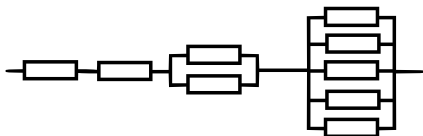
Tab. 1: Odporů různých počtů paralelně zapojených rezistorů

Počet $1\ \Omega$ rezistorů	Celkový odpor $/\Omega$	Počet $1\ \Omega$ rezistorů	Celkový odpor $/\Omega$
2	0,5	6	$\approx 0,167$
3	$\approx 0,333$	7	$\approx 0,143$
4	0,25	8	0,125
5	0,2	9	$\approx 0,111$

### Hledání výsledných zapojení

Ze vztahu pro sériové zapojení vidíme, že zapojením dvou rezistorů získáme odpor  $2\ \Omega$ , zbylých  $0,7\ \Omega$  budeme hledat v tabulce 1. Vidíme, že tento odpor získáme sériovým zapojením dvou paralelních kombinací o výsledných odporech  $0,2\ \Omega$  a  $0,5\ \Omega$ , viz obrázek 1. Na toto zapojení potřebujeme celkem 9 rezistorů.

Kdo se spokojí s výzvou 9 odporů, může skončit, ale odvážní pokračují dále vyšetřováním možností sério-paralelního řazení. Prozkoumáme zapojení dvou větví, kde v první větvi je  $m$

Obr. 1: Zapojení 9 jednoohmových rezistorů s celkovým odporem  $2,7\ \Omega$ 

sériově spojených rezistorů, ve druhé jich je  $n$  a obě tyto větve jsou spojeny paralelně. Celkový odpor jednotlivých větví je roven  $mR$  a  $nR$ . Pro jejich celkový odpor  $R_{mn}$  platí

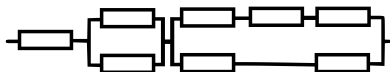
$$\frac{1}{R_{mn}} = \frac{1}{mR} + \frac{1}{nR} \Rightarrow R_{mn} = \frac{(mR) \cdot (nR)}{nR + mR} = \frac{nmR}{n + m}.$$

Výsledky pro různé hodnoty  $n$  a  $m$  shrnuje tabulka 2.

Tab. 2: Celkový odpor zapojení dvou paralelních větví, v nichž je v sérii zapojených  $n$  a  $m$  rezistorů, každý s odporem  $1\ \Omega$

$n \setminus m$	1	2	3	4	5	6	7
1	0,5						
2	$\approx 0,667$	1					
3	0,75	1,2	1,5				
4	0,8	$\approx 1,333$	$\approx 1,714$	2			
5	$\approx 0,833$	$\approx 1,429$	1,875	$\approx 2,222$	2,5		
6	$\approx 0,857$	1,5	2	2,4	$\approx 2,727$	3	
7	0,875	$\approx 1,556$	2,1	$\approx 2,545$	$\approx 2,917$	$\approx 3,231$	3,5

S využitím tabulky lze odpor  $2,7\ \Omega$  poskládat jako sériovou kombinaci jednoho rezistoru s odporem  $1\ \Omega$ , rezistoru s odporem  $0,5\ \Omega$  (ten získáme paralelní kombinací 2 rezistorů s odporem  $1\ \Omega$ ) a sério-paralelně zapojených rezistorů, jejichž odpor je  $1,2\ \Omega$  (pro  $n = 3$  a  $m = 2$ ), viz obrázek 2. Na toto zapojení jsme použili 8 rezistorů, čímž jsme zvládli i Paťovu výzvu!

Obr. 2: Zapojení 8 jednoohmových rezistorů s celkovým odporem  $2,7\ \Omega$ 

*Jiří Blaha*

[jirka@vyfuk.mff.cuni.cz](mailto:jirka@vyfuk.mff.cuni.cz)

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.