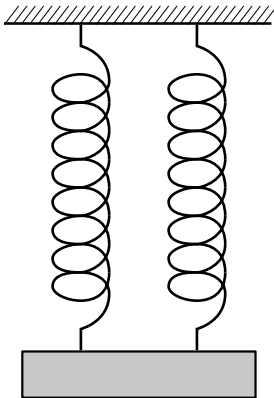


## Úloha III.5 ... Napružená

7 bodů; průměr 4,96; řešilo 47 studentů

Tom našel během předvánočního úklidu ve sklepe pružinu a závaží o hmotnosti  $m = 100$  g.

- (1) Pružina se po zavěšení závaží prodloužila o  $\Delta l = 10$  cm. Určete tuhost pružiny  $k_1$ .
- (2) Dále vzal Tom nůžky a přestříhl pružinu na dvě poloviny. Jaká bude tuhost  $k_2$  nově vzniklých pružin?
- (3) Jak těžké závaží by Tom musel na novou pružinu zavěsit, aby se prodloužila také o  $\Delta l = 10$  cm?
- (4) O kolik centimetrů se prodlouží nové pružiny, zavěsí-li na ně Tom 100 g závaží tak, jak je znázorněno na obrázku?



- (1) Vztah mezi silou napínající pružinu a prodloužením pružiny se nazývá Hookův zákon a má tvar  $F = k\Delta x$ , kde  $k$  je tuhost pružiny a  $\Delta x$  je její prodloužení. Pokud tedy Tom zavěsí na pružinu závaží, bude pružina napínána jeho tíhou ( $F = mg$ ) a tuhost pružiny  $k_1$  bude

$$k_1 = \frac{mg}{\Delta l} = \frac{0,1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{0,1 \text{ m}} = 9,81 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

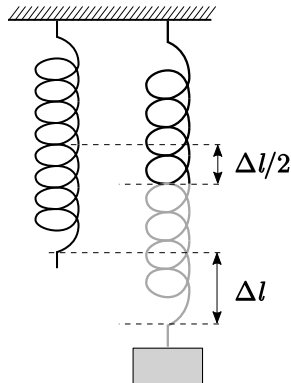
- (2) Víme, že tuhost je podíl působící síly a prodloužení pružiny. Když si označíme střed pružiny a poté pružinu zatížíme, pružina se protáhne o  $\Delta l$  a střed pružiny klesne o  $\Delta l/2$  (viz obrázek 1). Když si nyní odmyslíme spodní polovinu pružiny, máme pružinu o poloviční délce, která se při zatížení hmotností  $m$  prodlouží o  $\Delta l/2$ . Tuhost poloviční pružiny tedy bude  $k_2 = mg/(0,5\Delta l) = 2mg/\Delta l = 2k_1 = 19,62 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ .

Pokud bychom chtěli toto tvrzení odvodit, vyjdeme z jiné formulace Hookova zákona, která definuje relativní prodloužení  $\varepsilon$  jako podíl mechanického napětí  $\sigma$  a Youngova modulu  $E$ , což je materiálová konstanta.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

Nyní vyjádříme  $\varepsilon$  jako poměr změny délky  $\Delta l$  a původní délky  $l$  a mechanické napětí jako podíl síly  $F$  a plochy, na kterou působí, čili průřezu pružiny  $S$ . Platí

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{E S},$$



Obr. 1: K odvození tuhosti pružiny poloviční délky.

z čehož vyjádříme sílu jako součin změny délky pružiny a nějakého výrazu, který je rovný tuhosti  $k$

$$F = \Delta l \frac{SE}{l}$$

čili  $k = SE/l$ , proto tedy pružina o poloviční délce bude mít dvojnásobnou tuhost. Tuhost nově vzniklých pružin tedy je  $k_2 = 2k_1 = 19,62 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ .

(3) Pro krátkou pružinu platí vzorec

$$m_2 g = \Delta l k_2$$

kde  $m_2$  je hmotnost závaží, které na pružinu musí Tom zavěsit. Z toho vyjádříme potřebnou hmotnost závaží.

$$m_2 = \frac{\Delta l k_2}{g} = \frac{0,1 \text{ m} \cdot 19,62 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}}{9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}} = 0,2 \text{ kg}$$

Závaží by tedy muselo mít hmotnost  $m_2 = 200 \text{ g}$ .

(4) Pokud Tom zavěsí na pružiny závaží podle obrázku, tíha závaží se rovnoměrně rozloží na obě pružiny a každá bude natahována poloviční silou. Prodloužení  $\Delta l_2$  vyjádříme opět z Hookova zákona.

$$\Delta l_2 = \frac{\frac{1}{2} mg}{k_2} = \frac{mg}{4k_1} = \frac{0,1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}{4 \cdot 19,62 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}.$$

V tomto případě se tedy pružiny prodlouží o 2,5 cm.

**Kateřina Rosická**  
kackar@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.