

Úloha I.E ... Vzduchoplavecká

7 bodů; průměr 6,16; řešilo 32 studentů

Horkovzdušné balóny létají díky existenci nenulové vztlakové síly vzduchu. Tato síla je ale fyziky často zanedbávána, protože je údajně v „lidském měřítku“ příliš malá. Ověřte nebo vyvráťte toto tvrzení experimentálně a změřte, jak velkou vztlakovou silou působí vzduch na vaše tělo.

Provedení experimentu necháváme čistě na vás. Můžete ale bez dalšího měření využít fakt, že hustota vzduchu je přibližně rovna $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Před tím, než bezhlavě popadneme siloměr, si nejdříve vysvětlíme, proč vůbec vztlaková síla v tekutinách (tzn. v kapalinách a plynech) existuje. Původ vztlakové síly je skryt za tím, že s rostoucí hloubkou v tekutinách roste tlak.

Začneme se vztlakovou silou v kapalinách. Představme si zjednodušený model člověka jako válec s výškou h a obsahem podstavy S , který svíse ponoříme do vody. Určitě se shodneme na tom, že na horní podstavu působí tlak p_h (respektive tlaková síla, tzn. součin tlaku a plochy podstavy) směrem kolmo dolů a na dolní podstavu působí tlak p_d směrem kolmo nahoru.¹ Na plášť válce rovněž působí nějaký tlak. Jelikož je plášť symetrický, výslednice tlakových sil působících na plášť bude nulová.

Výsledná síla, která působí na válec, je tedy jednoduše síla $F = (p_d - p_h)S$, která závisí na tom, jak velký je rozdíl tlaků dole a nahoře. Pro tekutiny (tzn. plyny a kapaliny) lze tento tlakový rozdíl vyjádřit jako $p_d - p_h = \rho gh$, kde ρ je hustota kapaliny, g tíhové zrychlení a h je rozdíl hloubek, ve kterých jsou umístěny podstavy, což není nic jiného než výška našeho modelového válce. Po dosazení již dostáváme známý vztah $F = \rho ghS = \rho Vg$, kde $V = hS$ je objem válce.²

Pro vztlakovou sílu vzduchu platí stejný vztah $F = \rho_v Vg$, kde $\rho_v = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ je hustota vzduchu. Na určení vztlakové síly tedy nepotřebujeme komplikovaně měřit skutečné nadnášení vzduchem. Úplně nám postačuje změřit objem vlastního těla. Způsobů, jak „se změřit“, je celá řada.

Jako jednu z možností si můžeme změřit dostatečně podrobně míry vlastního těla, tělo si pak rozdělit na jednoduché geometrické útvary a vypočítat jejich společný objem.

Další možnost využívá vanu s vodou: vanu si napustíme, ponoříme se do ní a vyznačíme si výšku hladiny. Když z vany vylezeme, hladina vody poklesne. Stačí tedy do vany přilévat další vodu, dokud vanu nedoplníme po značku. Přilítý objem vody pak odpovídá objemu těla.

Poslední možnost spočívá ve využití známé hodnoty hustoty lidského těla, která činí ³ $\rho_t = 985 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a mění se zhruba o $40 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ (tzn. o 4%) při nádechu a výdechu. Změříme-li svoji hmotnost m , objem s přesností 4% zjistíme jednoduše pomocí vztahu $V = m/\rho_t$.

Hmotnost autora řešení je $67,0 \text{ kg}$ (nepřesnost váhy je jen 100 g , tedy procentuálně méně než $0,2\%$) a jeho objem je

$$V = \frac{m}{\rho_t} = \frac{67,0 \text{ kg}}{985 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}} \doteq 0,068 \text{ m}^3 = 68 \text{ l}.$$

Budeme-li uvažovat pouze výše uvedenou nepřesnost určení hustoty, čtyřprocentní odchylka odpovídá nepřesnosti určení objemu o asi 3 l.

¹Správně na podstavy nepůsobí tlak, ale tlaková síla, což je součin tlaku a plochy, pro kterou tlakovou sílu počítáme. Směr této síly je vždy kolmý na příslušnou plochu.

²Takto jednoduché odvození vztlakové síly platí pouze pro válec. Použitím značně pokročilé matematiky se ale dá ukázat, že stejný vztah platí pro všechna tělesa nejrůznějších tvarů a velikostí.

³<http://www.converter.cz/tabulky/hustota-pevne.htm>

Vztlaková síla, která působí na autora řešení je rovna

$$F = \rho_v V g = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 0,068 \text{ m}^3 \cdot 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \doteq 0,82 \text{ N}.$$

Opět, čtyřprocentní odchylka v měření objemu vnese do měření vztlakové síly chybu asi 0,03 N. Vidíme tedy, jak i velmi rychlé měření (měřili jsme pouze jednu hodnotu!⁴) může potvrdit, že lety zanedbávaná vztlaková síla vzduchu je v lidském měřítku opravdu zanedbatelná.

Patrik Švančara
pato@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

⁴Opakovat měření na váze nemá velmi smysl, protože pokaždé udá stejnou hmotnost. Pro přesnější určení hmotnosti a skutečné zmenšení chyby měření by bylo třeba použít měření na více váhách.