

## Úloha I.2 ... Tajemná Pavla

7 bodů; průměr 4,98; řešilo 58 studentů

Pavla si myslí dvě čísla,  $x$  a  $y$ . Protože má ráda tajemství, kamarádce Evě prozradila jen to, že platí  $x + y = xy = 6$ . Eva se pak zamyslela a řekla Pavle, že její čísla zná, a jako důkaz jí sdělila číselnou hodnotu výrazu  $x^2 + y^2$ .

Jaká je hodnota tohoto výrazu? A jak se k ní lze dopracovat?

Nejprve musíme obecně vyjádřit hodnotu  $x^2 + y^2$ . Vycházet budeme z rovnice, kterou lze vyvodit z Pavliných slov:

$$x + y = xy.$$

Jelikož potřebujeme vyjádřit součet druhých mocnin neznámých, umocníme obě strany rovnice na druhou:

$$(x + y)^2 = (xy)^2.$$

Levou stranu rovnice roznásobíme, případně použijeme známý algebraický vzorec:

$$x^2 + 2xy + y^2 = (xy)^2.$$

K vyjádření  $x^2 + y^2$  musíme z obou stran rovnice odečíst výraz  $2xy$ . Tím dostáváme:

$$x^2 + y^2 = (xy)^2 - 2xy.$$

Máme tedy obecné vyjádření výrazu  $x^2 + y^2$ . Nyní stačí za neznámou pravou stranu dosadit číselné hodnoty. Potřebnou číselnou hodnotu výrazu  $xy$  nám již sdělila Pavla ( $xy = 6$ ). Tedy:

$$x^2 + y^2 = 6^2 - 2 \cdot 6 = 36 - 12 = 24.$$

Eva tedy Pavle sdělila, že hodnota výrazu  $x^2 + y^2$  je 24. Výše uvedený postup samozřejmě není jediný – zdárně se k výsledku dalo dopracovat i mnoha jinými způsoby.

*Petr Doubravský*

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.