

Úloha VII.1 ... Sirky

9 bodů; (chybí statistiky)

K vyřešení této úlohy budete potřebovat kapku trpělivosti. Pořídte si krabičku sirek a změřte délku L jedné sirky. Pak si vezměte papír, na který nakreslíte alespoň pět rovnoběžek od sebe vzdálených $2L$. Poté začněte z výšky asi 30 cm házet sirky na papír a počítejte zajímavé případy, tzn. případy, kdy sirka protne jednu z rovnoběžek. Pokus zopakujte alespoň 300-krát. Nakonec vypočítejte podíl celkového počtu hodů k počtu zajímavých hodů. Jaké známé číslo vám váš výsledek připomíná?

Praxe

Tento experiment je velmi jednoduchý, proto nebudeme uvádět žádný přesnější postup. Na nakreslený plánec jsme sirku hodili 600krát, z toho přesně 193 hodů bylo *zajímavých*. Podíl počtu hodů k počtu zajímavých hodů je tedy

$$\frac{600}{163} \doteq 3,11.$$

Tato hodnota nápadně připomíná zaokrouhlenou hodnotu čísla $\pi \doteq 3,14$. Proč by to tak mělo být?

Objasnění

Když budeme spadlé sirky považovat za úsečky, lze polohu každé takové úsečky (sirky) popsat pomocí úhlu α , který svírá s rovnoběžnými čarami na podložce, a vzdálenosti d jejího středu od nejbližší čáry. Snadno si lze rozmyslet (například pomocí obrázku), že zajímavý případ nastane tehdy, když platí $d \leq L \sin(\alpha)/2$ ¹.

Úhel α může nabývat hodnot od 0° do 180° , tzn. v radiánech od 0 do π . Vzdálenost d může nabývat hodnot z intervalu od $-L$ do L , tzn. veličina d „pokrývá“ rozsah $2L$. Kombinací jedné hodnoty α a jedné hodnoty d je pak definován každý hod sirkou. Proto můžeme zavést „počet“ všech poloh jako součin těchto intervalů, tzn. $2\pi L$.

Až velmi pokročilou matematikou (pomocí tzv. integrálů) lze určit, že „počet“ zajímavých hodů odpovídá číslu $2L$. Pravděpodobnost zajímavého hodu je tedy rovna podílu počtu zajímavých hodů ke všem hodům sirkou:

$$P = \frac{2L}{2L\pi} = \frac{1}{\pi}.$$

Když tento podíl obrátíme, tedy budeme dělit celkovou plochu (celkový počet hodů) plochou, pro kterou je jedna z vodorovných čar sirkou zasažena (počet zajímavých hodů), výsledek je

¹Funkce $\sin(\alpha)$ zde označuje tzv. sinus úhlu α . Více se o funkci sinus dozvíte například ve 4. Výfučení 2. ročníku Výfuku, které naleznete na našem webu <http://vyfuk.mff.cuni.cz/ulohy/vyfucteni>.

přesně π . Tento problém vymyslel (a také vyřešil) již v roce 1777 francouzský fyzik Buffon, proto je dnes známý pod názvem Buffonova jehla.

Borek Požár

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.