Úloha IV.4 ... Výkonné Slunce

7 bodů; (chybí statistiky)

Družice na zemské oběžné dráze změřily, že výkon slunečního záření, které dopadá na plochu jeden metr čtvereční (tzv. solární konstanta), je v okolí Země $k = 1\,361\,\mathrm{W/m^2}$. Dále se družicím povedlo změřit vzdálenost Země od Slunce, která činí $s = 149{,}6 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$.

(a) *Spočítejte, jaký je výkon celého Slunce, předpokládáte-li, že Slunce vyzařuje energii rovnoměrně do celého prostoru a energie se při šíření vesmírem nikde neztrácí.*

(b) *Astronomům se z mnoha měření povedlo zjistit, že průměr Slunce je $d = 1\,390\,000\,\mathrm{km}$. Navíc se jim ale povedlo zjistit, že intenzita záření a povrchová teplota hvězd spolu souvisí prostřednictvím vztahu*

$$I = \sigma T^4\,,$$

kde I je intenzita záření[1] hvězdy na jejím povrchu, T je termodynamická teplota (v kelvinech) na povrchu hvězdy a $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}$ je Stefanova-Boltzmannova konstanta. Dokážete podle výsledků z předchozího bodu určit teplotu na povrchu Slunce?

Nejdříve ze všeho se podívejme, jak se vůbec takové sluneční záření ve vesmíru šíří. Světlo tvoří velkou část slunečního záření,[2] obrázek o šíření slunečního záření si můžeme udělat tedy pomocí něj. Jak nám zadání říká, světlo se šíří rovnoměrně do všech směrů, v prostoru bude tedy světlo vyzářené za jednotku času rozprostřeno rovnoměrně na povrch koule obepínající Slunce.

Je zjevné, že s rostoucí vzdáleností od Slunce bude růst i povrch uvažované koule. Změříme-li v nějaké vzdálenosti od Slunce výkon jeho záření dopadající na plochu o velikosti jednoho metru čtverečního, dostaneme intenzitu slunečního záření v dané vzdálenosti. Uděláme-li to samé měření v jiné, menší vzdálenosti R od Slunce, intenzita záření bude v této vzdálenosti větší, protože vyzářená sluneční energie se rozkládá na kouli s menším povrchem.

Protože ale víme, že celkový výkon procházející celou pomyslnou koulí se nikde neztrácí, musí být oba celkové výkony vztažené na celý povrch koulí stejné a rovné celkovému výkonu Slunce. Můžeme tedy psát, že

$$P = IS = 4\pi R^2 I\,,$$

kde I je intenzita slunečního záření a $S = 4\pi R^2$ je povrch příslušné kulové slupky.

V případě, že $R = s = 149{,}6 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$, je hodnota intenzity slunečního záření rovna solární konstantě k. Můžeme tedy psát

$$P = k \cdot 4\pi s^2 = 1\,361\,\mathrm{Wm^{-2}} \cdot 4\pi \left(149{,}6 \cdot 10^9\,\mathrm{m}\right)^2 \doteq 3{,}83 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}\,.$$

Výkon Slunce je tedy $P = 3{,}83 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}$.

Ve druhé části úlohy máme za úkol spočítat teplotu na povrchu Slunce. Nejdříve si spočítáme intenzitu záření na povrchu Slunce – do předchozího vzorečku tak stačí dosadit správná čísla:

$$P = IS \quad\Rightarrow\quad I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi\,(d/2)^2}\,,$$

kde d je poloměr Slunce. Jelikož jsme byli hodní a poskytli jsme vzoreček pro výpočet povrchové teploty ze známé intenzity, po dosazení dostáváme

$$\sigma T^4 = \frac{P}{4\pi\,(d/2)^2} \quad\Rightarrow\quad T = \sqrt[4]{\frac{P}{4\pi\,(d/2)^2\,\sigma}}\,.$$

[1] Intenzita záření na povrchu je definována jako výkon hvězdy děleno její povrch.

[2] Mezi další části patří ultrafialové a infračervené záření, rádiové a mikrovlnné vlny a další.

Vyčíslení ve správných jednotkách dává

$$T = \sqrt[4]{\frac{3{,}83 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}}{4\pi \cdot \left(1{,}39 \cdot 10^{9}\,\mathrm{m}/2\right)^2 \cdot 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}{\cdot}K^{-4}}}} \doteq 5\,780\,\mathrm{K}\,.$$

Teplota na povrchu Slunce je tedy zhruba 5 780 K.

Jakub Sláma
`kubas@vyfuk.mff.cuni.cz`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.