

## Úloha III.2 ... Sněhuláci

5 bodů; průměr 3,91; řešilo 67 studentů

Když se Lucka ráno probudila, zjistila, že celou noc sněžilo. Do zahrady o rozměrech  $a = 15$  m a  $b = 16$  m napadla vrstva sněhu vysoká  $c = 5$  cm. Lucka se tedy rozhodla sníh využít a postavila z něho sněhuláka. Ten sestával ze tří koulí o poloměrech v poměru  $1 : 2 : 3$ . Jak byl sněhulák vysoký, pokud víte, že Lucka použila všechnen sníh ze zahrady a při stavění sněhuláka sníh udusala na desetinu jeho původního objemu?



Poradíme vám, že vzorec pro objem koule je

$$V_{\text{koule}} = \frac{4}{3}\pi r^3,$$

kde  $r$  je její poloměr.

Nejprve spočítáme, kolik sněhu vlastně Lucka měla. Rozměry zahrady již známe, vrstva sněhu je vysoká  $c = 5$  cm. To můžeme převést na metry, tzn.  $c = 0,05$  m. Nesmíme však zapomenout, že Lucka při stavbě sněhuláka sníh udusala na desetinu jeho původního objemu, tudíž výsledný objem sněhuláka získáme tak, že vynásobíme tyto tři rozměry a výsledek vydělíme deseti:

$$V = \frac{abc}{10} = \frac{15 \text{ m} \cdot 16 \text{ m} \cdot 0,05 \text{ m}}{10} = 1,2 \text{ m}^3.$$

Ze zadání je zřejmé, že tento objem bude rovný objemu tří koulí, ze kterých Lucka sněhuláka postavila. Navíc platí, že poloměry první, druhé a třetí koule, tzn. postupně  $r_1$ ,  $r_2$  a  $r_3$ , jsou v poměru  $1 : 2 : 3$ . Tudíž můžeme psát, že  $r_2 = 2r_1$  a  $r_3 = 3r_1$ . S pomocí zadaného vztahu na výpočet objemu koule můžeme napsat objem první (nejmenší) koule jako

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3,$$

a druhé a třetí koule jako

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 = \frac{4}{3}\pi (2r_1)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 8r_1^3 = 8V_1,$$

$$V_3 = \frac{4}{3}\pi r_3^3 = \frac{4}{3}\pi (3r_1)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 27r_1^3 = 27V_1.$$

Objem celého sněhuláka spočítáme jako součet objemů jednotlivých koulí:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = V_1 + 8V_1 + 27V_1 = 36V_1 = 36 \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3.$$

Z posledního vztahu si vyjádříme  $r_1$ :

$$r_1^3 = \frac{3V}{36 \cdot 4\pi},$$

$$r_1 = \sqrt[3]{\frac{V}{48\pi}} = \sqrt[3]{\frac{1,2 \text{ m}^3}{48\pi}} \doteq 0,20 \text{ m} = 20 \text{ cm}.$$

Z tohoto výsledku už pak snadno můžeme dopočítat, že  $r_2 = 2r_1 = 40$  cm a  $r_3 = 3r_1 = 60$  cm.

Dále pak není těžké si rozmyslet, že hledanou výšku sněhuláka vypočítáme jako součet průměrů jednotlivých koulí. Nalezené poloměry tedy vynásobíme dvěma a pak je sečteme:

$$h = 2(r_1 + r_2 + r_3) = 2(20 \text{ cm} + 40 \text{ cm} + 60 \text{ cm}) = 2,4 \text{ m}.$$

Lucčin sněhulák měřil 2,4 m.

*Petr Šimůnek*  
petas@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.