

## Úloha I.4 ... Podivná koule

6 bodů; průměr 4,40; řešilo 68 studentů

Radka našla na Matfyzu starou kouli z hliníku. Když ji chtěla zahodit do Vltavy, koule překvapivě začala na vodě plovat tak, že ponořena byla přesně polovina jejího objemu. Radka jako správná fyzikální usoudila, že koule, jež je vyrobena z hliníku o hustotě  $2\,500\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , plove na vodě pouze v případě, že je dutá.

Jak tlustou stěnu měla Radčina koule, pokud byl její poloměr  $10\text{ cm}$ ? Hmotnost vzduchu, který se nachází v dutině, klidně zanedbejte.

Když koule plove na hladině, platí, že tíhová síla působící na kouli musí být v rovnováze se vztlakovou silou, tedy  $F_g = F_{vz}$ .

Z druhého Newtonova zákona víme, že  $F_g = mg = \rho_{Al} V_k g$ , kde  $\rho_{Al} = 2\,500\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  je hustota hliníku a  $V_k$  je objem kulové slupky tvořící stěnu koule. Tento objem spočteme jako objem koule s poloměrem  $r$  mínus objem prázdné koule uvnitř s poloměrem  $(r - d)$ , kde  $d$  je naše hledaná tloušťka stěny. Hmotnost vzduchu uvnitř koule zanedbáme:

$$m = \rho_{Al} V_k = \rho_{Al} \left[ \frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi (r - d)^3 \right] = \rho_{Al} \frac{4}{3}\pi [r^3 - (r - d)^3].$$

Vztlaková síla se vypočte jako součin objemu ponořené části  $V_p$  (část, která je pod vodou, tzn. polovina koule), hustoty vody ve Vltavě o hustotě  $\rho_v = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  a tíhového zrychlení:

$$F_{vz} = V_p \rho_v g = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_v g = \frac{2}{3}\pi r^3 \rho_v g.$$

Nyní už jen stačí tyto síly dát do rovnosti, vyjádřit ze vzniklé rovnice  $d$  a dosadit hodnoty ze zadání. Jejich jednotky dokonce nemusíme ani převádět do základních jednotek, protože se nám ve výsledku všechno pokrátí a zůstane nám pouze tloušťka v centimetrech:

$$d = r - \sqrt[3]{r^3 - \frac{r^3 \rho_v}{2\rho_{Al}}} = 10\text{ cm} - \sqrt[3]{1\,000\text{ cm}^3 - \frac{1\,000\text{ cm}^3 \cdot 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}}{2 \cdot 2\,500\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}}} \doteq 0,72\text{ cm}.$$

Tloušťka stěny staré koule z hliníku je tedy asi  $0,72\text{ cm}$ .

## Poznámky k došlým řešením

Mnozí z vás jste ve svých řešeních počítali s průměrnou hustotou Radčiny koule  $\rho_t$ . Tu lze vypočítat také z rovnováhy vztlakové a tíhové síly

$$\frac{1}{2}V\rho_v g = V\rho_t g \quad \Rightarrow \quad \rho_t = \frac{1}{2}\rho_v = 500\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.$$

Hmotnost koule  $V\rho_t$  se tudíž musí rovnat hmotnosti hliníkové části a dutiny (jejíž hmotnost uvažujeme rovnou nule):

$$V\rho_t = xV\rho_{Al} + (1 - x)V \cdot 0\text{ kg} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{5}.$$

Hliníková část tudíž zabírá  $1/5$  objemu koule; zbylé  $4/5$  objemu koule tvoří dutina. Je tedy již snadné vypočítat poloměr kulové dutiny. Odečteme-li tento poloměr od poloměru Radčiny koule, získáme hledanou tloušťku stěny.

*Petra Štefaníková*  
petras@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.