Výfučtení: Rovnoměrný a zrychlený pohyb

Lidé odpradávna rádi zkoumali, jak rychle se předměty (Země, Měsíc, světlo, …) pohybují. Nejpřirozenější a také nejjednodušší bylo změřit čas, za který daný předmět urazil nějakou, předem určenou, dráhu. Rychlost pak lze spočítat pomocí vztahu

$$\text{rychlost} = \frac{\text{dráha}}{\text{čas}}\,.$$

Jednotka rychlosti je tedy jednoduše jednotka dráhy podělená jednotkou času a to je metr za sekundu. V běžném světě je ale oblíbenější jednotka kilometr za hodinu. Mezi těmito jednotkami platí jednoduchý převodní vztah

$$\mathrm{km{\cdot}h^{-1}} = \frac{1\,\mathrm{km}}{1\,\mathrm{hod}} = \frac{1\,000\,\mathrm{m}}{3\,600\,\mathrm{s}} = \frac{1}{3{,}6}\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

Chceme-li tedy převést $\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ na $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, musíme hodnotu rychlosti vydělit konstantou 3,6, v opačném směru zase tímto číslem násobit.

Tato, na první pohled bezchybná metoda se ukázala mnohokrát naprosto nepoužitelná: při měření tzv. vlastních pohybů hvězd jsme nedokázali určit, jakou vzdálenost to vlastně hvězdy urazily; při měření rychlosti světla jsme zase nedokázali změřit kratičký čas, který světlu stačil na urażení prakticky libovolné dráhy.[1]

Druhá nevýhoda této metody spočívá v tom, že měřením na velké dráze změříme pouze *průměrnou* rychlost a nikdy nezjistíme, zda-li se rychlost na námi měřeném úseku dráhy neměnila. Říkáte si, že to přece není problém a stačí si jen koupit přesnější stopky a čas měřit na kratším úseku. Jenže potom vzniká otázka, jak krátké by tyto úseky měly být, abychom dostali skutečně přesnou rychlost.

Průměrná vs. okamžitá rychlost

Délka těchto úseků rozhoduje o tom, zda-li se bavíme o průměrné, nebo okamžité rychlosti. Okamžitá rychlost je taková, kterou měříme na velmi krátké (téměř nulové) dráze a o níž předpokládáme, že se na tomto malém úseku nemění. Měřit okamžitou rychlost se nám vyplatí zejména tehdy, když se tato rychlost mění: okamžitou rychlost tedy měří například tachometry v autě.

Naopak, průměrná rychlost je rychlost, kterou vypočítáme jako

$$v_\mathrm{p} = \frac{\text{celková dráha}}{\text{celkový čas}}\,.$$

Pozor, průměrná rychlost *není* průměrem rychlostí. Představme si, že jedeme autem, které se prvních $10\,\mathrm{km}$ pohybuje rychlostí $40\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ a dalších $10\,\mathrm{km}$ rychlostí $60\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Odpověď, že průměrná rychlost auta je $50\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$ ovšem ale není správná. Celková uražená dráha je $20\,\mathrm{km}$, celkový čas je podle vzorce $t = s/v$ rovný

$$t = \frac{10\,\mathrm{km}}{40\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}} + \frac{10\,\mathrm{km}}{60\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}} = \frac{1}{4}\,\mathrm{h} + \frac{1}{6}\,\mathrm{h} = \frac{5}{12}\,\mathrm{h} = 25\,\mathrm{min}\,.$$

[1] Pro představu: kdyby bylo nitro Země duté, světelnému signálu by stačily pouze 4 setiny vteřiny, aby prošel napříč Zemí.

Průměrná rychlost je tedy

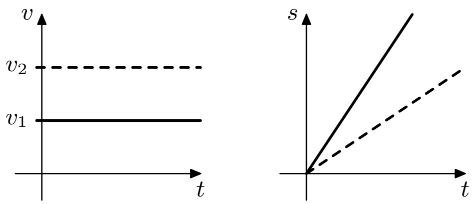
$$v_\mathrm{p} = \frac{20\,\mathrm{km}}{\frac{5}{12}\,\mathrm{h}} = 48\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}\,.$$

Grafy uražené dráhy a rychlosti

Hezký a užitečný pohled na různé typy pohybů je s pomocí grafů. Na vodorovnou (x-ovou) osu vynášíme čas a na svislou (y-ovou) osu ujetou dráhu s, okamžitou rychlost v nebo okamžité zrychlení a.

Rovnoměrný pohyb

Rovnoměrný pohyb je takový pohyb, jehož okamžitá rychlost se v čase nemění. Graf rychlosti v čase bude tedy vodorovná přímka, viz obrázek 1. Ujetá dráha v čase bude podle vzorce $s = vt$ jednoduše přímka. To znamená, že za stejný čas ujedeme stejný kus dráhy. Platí, že čím větší rychlost, tím je přímka ujeté dráhy *strmější*. Tato vlastnost vyplývá přímo ze vzorečku pro dráhu, ale lze ji odvodit i logicky: při vyšší rychlosti ujedeme za stejný čas větší dráhu, a to lze docílit jen tak, že přímka v grafu ujeté dráhy bude strmější.



Obr. 1: Graf rychlosti a dráhy pro rovnoměrný pohyb pro dvě různé hodnoty rychlosti

Všimněme si, že uražená dráha s_1 po čase t_1 se spočítá jako $s_1 = vt_1$. Součin vt_1 je ale také obsah obdélníka, který vytíná osa x, osa y, graf rychlosti v (vodorovná čára) a svislá čára vedená z bodu t_1. Pro rovnoměrný pohyb tedy platí, že uražená dráha je rovna obsahu obdélníka, který vytína graf rychlosti, osy grafu a svislá čára vedená bodem t_1.

Zrychlený pohyb

Jak jsme již řekli, pro zrychlený pohyb je i rychlost proměnná veličina. To, jak velmi se rychlost mění, charakterizuje jiná fyzikální veličina, zrychlení. To typicky označujeme písmenem a a jednotkou zrychlení je jednotka rychlosti $\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ vydělená jednotkou času: jednotka zrychlení je tedy $\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$.

Pokud platí, že zrychlení se v čase nemění, pohyb nazýváme *rovnoměrně zrychlený*. Graf rychlosti je, stejně jako graf dráhy pro rovnoměrný pohyb, přímka. Často ale není rychlost v čase $t_0 = 0\,\mathrm{s}$ nulová, a proto přímka protíná y-ovou osu v počáteční rychlosti v_0. Rychlost v čase t tedy spočítáme opět podobně jako dráhu pro rovnoměrný pohyb

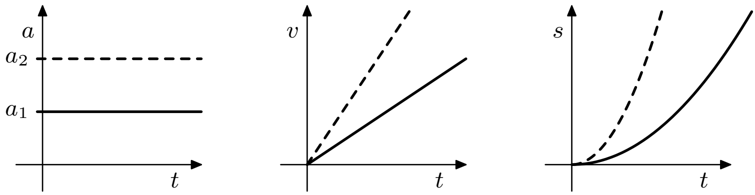
$$v = at + v_0\,.$$

Jak v takovém případě dostaneme graf uražené dráhy? Jednoduše si řekneme, že i zde platí, že tato *dráha je rovna ploše pod grafem rychlosti*. Důvodem je to, že šikmý průběh rychlosti si v prvním přiblížení umíme představit jako „schody“, tedy úseky rovnoměrného pohybu. Pro ně je ale zřejmé, že trik s plochou pod grafem platí. Uděláme-li schody velmi jemné, dostaneme zpátky šikmý průběh rychlosti, pro který ale umíme trik použít. Stejný postup lze použít na všechny myslitelné průběhy rychlostí, tedy toto pravidlo platí vždy a je velmi užitečné si ho zapamatovat.

Spočítat plochu vzniklého útvaru (lichoběžníka – nakreslete si obrázek) není ale vůbec těžké. Jednoduše si útvar rozdělíme na obdélník se stranami v_0 a t a pravoúhlý trojúhelník s odvěsnami t a at (z posledního vzorečku). Obsah obdélníka je snadný, pro pravouhlý trojúhelník platí, že jeho obsah je polovina ze součinu odvěsen. Tedy uražená dráha je

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at \cdot t = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t\,.$$

Někteří z vás již jistě vědí, že graf funkce obsahující člen t^2 má tvar paraboly, tedy i časová závislost uražené dráhy má tvar paraboly, viz obrázek 2.



Obr. 2: Grafy pro rovnoměrně zrychlený pohyb pro dvě různé hodnoty zrychlení

Na co si dát pozor

Síla grafů spočívá v tom, že i komplikovaný pohyb si lze jednoduše zakreslit do obrázků a hledání celkové uražené dráhy se pak mění na snadnou geometrii.

Nicméně, existuje několik situací, na které si při kreslení grafů třeba dát pozor. Například je nutné, aby získaný graf byl časovým grafem, tj. na x-ové ose musí být čas. Jinak by vypočítané plochy neměly žádný fyzikální význam.

Když se „skokem“ mění rychlost,[2] křivka dráhy je stále spojitá (tedy je to stále jedna čára).

Spočítat uraženou dráhu lze i pro určitý časový úsek. Útvar, jehož obsah je uražená dráha, musí být ovšem správně ohraničen a musí sahat až po osu x, a to je věc, na kterou se často zapomíná. Snadno umíme určit i průměrnou rychlost libovolného úseku. Uraženou dráhu jednoduše vydělíme časem, během kterého jsme dráhu počítali.

Závěr

V tomto Výfučtení jsme si jednoduše odvodili dva vzorečky pro rovnoměrně zrychlený pohyb. Ano, pouze dva vzorečky a selský rozum stačí k řešení úloh se zrychlením. Pak jsme si ukázali, že stejně dobrá metoda je i počítaní obsahů pod časovým grafem rychlosti. Záhadná kinematika

[2] To sice není fyzikálně možné (skok v rychlosti by znamenal nekonečné zrychlení), ale většinou je tento čas změny rychlosti velmi malý a proto zanedbatelný.

se tak mění na přijemnou geometrii. Zjistili jsme tedy, že i zrychlený pohyb není vůbec těžký a není důvod se ho bát.

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.