

## Úloha IX.1 ... Zvláštní balón

8 bodů; (chybí statistiky)

Když byl Paťo posledně na Sněžce, v krosně našel balónek, který tam zapomněl z poslední akce Výfuku. Protože byl spokojen, že na nejvyšší bod Česka vůbec vystoupal, balónek nafoukl, pečlivě zavázal, přivázal si ho na krosnu a vydal se zpátky do údolí.

Na konci své cesty do údolí se zastavil a zjistil, že jeho balónek nemá stejnou velikost jako na Sněžce i přesto, že byl opravdu pečlivě zavázán. Co se s Paťovým balónkem stalo? Zmenšil se, nebo se zvětšil? A proč je tomu tak? Své odůvodnění řádně vysvětlete.

Zjednodušeně řečeno, Paťův balónek se zmenší, protože Paťo sestoupí do údolí, kde je vyšší tlak než na vrcholu Sněžky.

Tuto krátkou odpověď si rozeberme i trochu podrobněji. Balónek je měkký a pružný, a tak nedokáže udržet rozdílný tlak uvnitř a vně sebe. Při každé změně okolního tlaku bude na balónek působit síla, která balónek stlačí anebo zvětší, čímž se tlaky vně a uvnitř balónku vyrovnají.

Dále víme, že tlak vzduchu s rostoucí nadmořskou výškou klesá. Když tedy Paťo vystoupí na Sněžku, kde nafoukne balónek, tlak i teplota uvnitř balónku budou stejné jako v jeho okolí, tedy na vrcholu Sněžky.

Když Paťo začne sestupovat do údolí, začne se zvětšovat i tlak okolního vzduchu. Jak jsme zjistili dříve, rozdíl tlaků vně a uvnitř balónku vyvolá sílu, kvůli které se bude balónek zmenšovat tak dlouho, než dojde k vyrovnání tlaků uvnitř a vně balónku.

Kromě tlaku se při sestupu bude zvyšovat i teplota, kvůli čemuž se bude objem vzduchu zvětšovat.<sup>1</sup> Nicméně, změna tlaku okolního vzduchu má oproti změně teploty o mnoho větší vliv na výslednou velikost balónku. Efekt „tepelné roztažnosti vzduchu“ můžeme tedy zanedbat.

Nad rámec této úlohy si pojďme ještě zkusit *vypočítat*, jak moc se balónek zmenší. Vzduch v balónku můžeme charakterizovat čtyřmi veličinami – tlakem  $p$ , objemem  $V$ , termodynamickou teplotou<sup>2</sup>  $T$  a počtem molů  $n$ , což je veličina udávající, kolik molekul plynu je v balónku uvězněno. Tato veličina se ale nemění, protože vzduch je v balónku uzavřen. Jedná se tedy o konstantu. Všechny tyto veličiny svazuje stavová rovnice ideálního plynu

$$pV = nRT,$$

kde  $R = 8,3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  je *univerzální plynová konstanta*. Stavovou rovnici můžeme upravit do tvaru

$$\frac{pV}{T} = nR = \text{konst.}$$

Vidíme, že výraz  $pV/T$  je pro vzduch v balónku pořád stejný, nehlédě na to, zda-li je Paťo na Sněžce (S) nebo v údolí (U). Můžeme tedy psát

$$\frac{p_S V_S}{T_S} = \frac{p_U V_U}{T_U}.$$

Hodnoty pro teplotu i tlak na vrcholu i v údolí poskytuje například Český hydrometeorologický ústav. Pro vrchol Sněžky je to typicky  $p_S = 83,5 \text{ kPa}$ ,  $T_S = 9,5 \text{ }^\circ\text{C} = 282,7 \text{ K}$  a v údolí (v Peci pod Sněžkou)  $p_U = 92,3 \text{ kPa}$  a  $T_U = 14,9 \text{ }^\circ\text{C} = 228,1 \text{ K}$ .

<sup>1</sup>Za konstantního tlaku se při zvyšování teploty zvyšuje i objem plynu. Je to způsobeno tím, že molekuly plynu získávají větší energii, víc se tedy pohybují, a proto „se snaží mít pro sebe víc místa.“

<sup>2</sup>Termodynamická (neboli absolutní) teplota se počítá v jednotkách kelvin (K). Teplota 0 K odpovídá absolutní nule, tzn. teplotě  $-273,15 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Předpokládejme, že Paťo měl balónek přibližně ve tvaru koule o průměru  $d_S = 2r_S = 24$  cm. Pokud Paťo nafoukne na vrcholu Sněžky balónek na tuto velikost, bude jeho objem

$$V_S = \frac{4}{3}\pi r_S^3 = \frac{4}{3}\pi(0,12\text{ m})^3 = 0,00724\text{ m}^3.$$

Nyní můžeme z rovnice vyjádřit objem balónku v údolí jako

$$V_U = \frac{p_S V_S T_U}{p_U T_S} = \frac{83\,500\text{ Pa} \cdot 0,00724\text{ m}^3 \cdot 288,05\text{ K}}{92\,300\text{ Pa} \cdot 282,65\text{ K}} = 0,00667\text{ m}^3.$$

Ze vztahu pro objem balónku pak můžeme spočítat jeho poloměr

$$r_U = \sqrt[3]{\frac{3V_U}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0,00667\text{ m}^3}{4\pi}} = 0,117\text{ m}.$$

Vidíme, že Paťův balónek se sestoupením z vrcholu Sněžky zpět do údolí zmenšil z poloměru  $r_S = 12,0$  cm na  $r_U = 11,7$  cm, tedy o 6 mm v průměru.

### Poznámky k došlým řešením

Tato úloha se zdála na první pohled velmi jednoduchá. To ale většinu z vás svádělo k tomu, že jste napsali něco ve smyslu „Paťův balónek se zmenšil, protože se zvýšil tlak.“ Což samozřejmě není špatně, ale v řešení je potřeba své myšlenky pořádně rozepsat a okomentovat.

Velká část z vás správně popsala, proč se zvýší tlak v okolí balonku a že kvůli tomu se balónek zmenší, ale například s uzavřenou skleněnou lahví by se tak nestalo. Proč? Protože ta, na rozdíl od balonku, není pružná a je schopná vydržet bez deformací působení určité síly, což balónek není schopen, a proto se deformuje (v tomto případě smršťuje). Tento rozdíl je docela zásadní a je potřeba ho vysvětlit.

Velká část z vás tuto úlohu řešila správně, ale je třeba pamatovat na to, že je nutné svoje myšlenky *dostatečně* komentovat, a problém pořádně vysvětlit. Samozřejmě není potřeba psát naprosto jasné věci, například postup výpočtu kořenů kvadratické rovnice, stačí se dostat k rovnici, napsat „Nyní naleznou kořeny této rovnice.“, a pak již napsat samotné kořeny. Ale veškeré složitější úvahy, jako například vzpomínané vyrovnání tlaků vně a uvnitř balonku je potřeba dostatečně popsat a okomentovat.

**Jakub Sláma**

slama@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.