Úloha VIII.2 ... Rybolov

9 bodů; (chybí statistiky)

Domorodým obyvatelům jednoho z tichomořských ostrovů přestaly chutnat kokosy, a proto se vydali na rybolov. Postavili si primitivní loďku ve tvaru kvádru s rozměry $2\,\mathrm{m}$ *(délka),* $1\,\mathrm{m}$ *(šířka) a* $1\,\mathrm{m}$ *(hloubka) a hmotností* $m = 60\,\mathrm{kg}$*. Na loď nastoupili čtyři nejodvážnější bojovníci (každý z nich váží* $M = 85\,\mathrm{kg}$*) a vydali se na ryby.*

Netrvalo dlouho a dostalo se jim prvního úlovku – $M_\mathrm{t} = 100\,\mathrm{kg}$ *těžkého tuňáka. Radost to byla veliká, ale jen do okamžiku, kdy tuňáka naložili na loďku – ta se totiž posléze ponořila znatelně hlouběji. Poněvadž každý z bojovníků ovládal fyziku, rychle si spočítali, kolik stejně těžkých ryb mohou na loď naložit, aby byl její ponor nejvíce* $50\,\mathrm{cm}$*. S kolika rybami se tedy naši domorodci vrátili zpátky na ostrov?*

Z hodin fyziky víme, že loď je na vodě nadlehčována vztlakovou silou. Obecný vztah pro výpočet vztlakové síly je $F_\mathrm{vz} = \varrho V g$, kde ϱ je hustota kapaliny, ve které je těleso ponořeno (tedy zde $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$), V je objem *ponořené části* lodi a g je tíhové zrychlení.

Kromě vztlakové síly na loď působí i síla tíhová, pro kterou platí $F_g = M_\mathrm{L} g$, kde M_L je celková hmotnost lodě, bojovníků i úlovku. Ovšem aby mohla loď plovat, musí být tyto dvě síly v rovnováze.[1] Můžeme proto psát rovnost

$$F_g = F_\mathrm{vz}\,, \quad \Rightarrow \quad M_\mathrm{L} g = V \varrho g\,,$$

která se po vykrácení tíhového zrychlení g upraví na hledanou rovnost pro maximální hmotnost lodě s nákladem

$$M_\mathrm{L} = V \varrho\,.$$

Objem ponořené části lodě vypočítáme pomocí vztahu pro objem kvádru $V = abc$, kde a je délka lodě, b je její šířka a $c = 50\,\mathrm{cm} = 0{,}5\,\mathrm{m}$ je maximální ponor. Tím bychom mohli už úlohu dopočítat (tzn. určit M_L), ale v úloze jsme se ve skutečnosti ptali na to, kolik je loď schopná uvézt ryb. Proto musíme rovnici ještě trochu upravit.

Hledaný počet ryb vypočítáme pomocí M_L, od které odečteme hmotnost lodi m a hmotnost bojovníka M vynásobenou čtyřmi. Pak celou rovnici vydělíme hmotností jednoho tuňáka M_t. Výsledná rovnice tedy bude

$$p_\mathrm{r} = \frac{abc\varrho - (m + 4M)}{M_\mathrm{t}} = \frac{2\,\mathrm{m} \cdot 1\,\mathrm{m} \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}} - (60\,\mathrm{kg} + 4 \cdot 85\,\mathrm{kg})}{100\,\mathrm{kg}} = 6\,.$$

Domorodci se vrátili zpět na ostrov se šesti rybami.

[1] Jinak řečeno, loď se po naložení rybami bude postupně ponořovat tak, aby vztlaková síla stále vyrovnávala sílu tíhovou.