

Úloha II.2 ... Těžká rozhodnutí

5 bodů; průměr 4,25; řešilo 73 studentů

Petr se často neumí rychle rozhodnout. Obzvláště tehdy, když jde o rychlé počítání. Proto mu pomozte a doplňte místo otazníků $>$, $<$ nebo $=$. Své rozhodnutí řádně odůvodněte.

a)

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{8} + \frac{1}{6} ? \frac{\frac{3}{8}}{1 + \frac{1}{8}},$$

b)

$$1 + \frac{x+2}{x+1} ? \frac{2x+3}{x+2} : \frac{x+1}{x+2}.$$

Na to, abychom vyřešili první úlohu, nám stačí základní znalosti o zlomcích. Musíme umět všechny operace, které se uplatňují při počítání se zlomky (sčítání, odčítání, násobení, dělení) a taky jak si poradit se složeným zlomkem.

Jako první si převedeme všechny zlomky, na levé i pravé straně, na stejného jmenovatele

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{8} + \frac{1}{6} ? \frac{\frac{3}{8}}{1 + \frac{1}{8}},$$

$$\frac{8 - 3 + 4}{24} ? \frac{\frac{3}{8}}{\frac{9}{8}}.$$

Levou stranu dopočítáme. Na pravé straně zlomky vydělíme. Zlomky se dělí tím způsobem, že v jednom ze zlomků obrátíme čitatele a jmenovatele. Jeden ze zlomků poté násobíme obrácenou hodnotou toho druhého

$$\frac{9}{24} ? \frac{3}{8} : \frac{9}{8},$$

$$\frac{9}{24} ? \frac{3}{8} \cdot \frac{8}{9}.$$

Protože máme na pravé straně v čitateli i jmenovateli číslo 8, zkrátí se mezi sebou. Navíc lze tento zlomek dále zjednodušit

$$\frac{9}{24} ? \frac{3}{9} = \frac{3}{3 \cdot 3} = \frac{1}{3}.$$

Při porovnávání dvou zlomků je musíme vždy převést na společný jmenovatel. V tomto případě to bude číslo 24

$$\frac{9}{24} ? \frac{8}{24}.$$

Zde už jasně vidíme, který ze zlomků je větší. Můžeme proto zapsat

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{8} + \frac{1}{6} > \frac{\frac{3}{8}}{1 + \frac{1}{8}}.$$

Druhá úloha je založena na stejném principu, avšak už se zde objevuje neznámá x . Ze zlomku se stává mnohočlen.

Jako první znovu převedeme levou stranu na stejného jmenovatele a pravou stranu vydělíme stejně jako v první úloze

$$1 + \frac{x+2}{x+1} \stackrel{?}{=} \frac{2x+3}{x+2} : \frac{x+1}{x+2},$$

$$\frac{(x+1) + (x+2)}{x+1} \stackrel{?}{=} \frac{2x+3}{x+2} \cdot \frac{x+2}{x+1}.$$

Levou stranu sečteme. Na pravé straně si můžeme všimnout, že v čitateli a jmenovateli se opakuje člen $x+2$. Můžeme je proto zkrátit

$$\frac{2x+3}{x+1} \stackrel{?}{=} \frac{2x+3}{x+1}.$$

Mnohočleny na pravé i levé straně jsou stejné. Výsledkem tedy je

$$1 + \frac{x+2}{x+1} = \frac{2x+3}{x+2} : \frac{x+1}{x+2}.$$

Nakonec ještě upřesníme, že tento výsledek platí pro všechna x kromě $x = -1$ a $x = -2$, pro které nejsou zlomky v zadání definovány.

Kateřina Stodolová
katas@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.