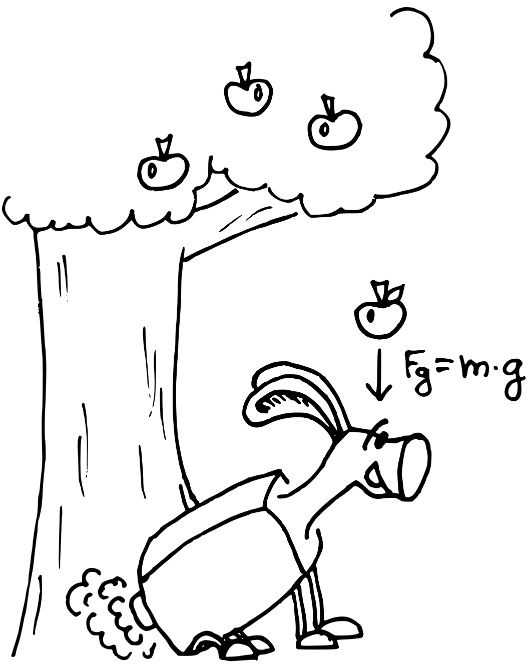
VÝFUK

Výpočty fyzikálních úkolů – kores. sem. MFF UK pro ZŠ **ročník III** **číslo 4/7**

Milí kamarádi,

i v roce 2014 se k vám dostává váš oblíbený korespondenční seminář. V tomto čísle najdete zadání čtvrté série a vzorová řešení série druhé. Výfučtení vás tentokrát seznámí se třemi důležitými zákony zachování.



Letní tábor Výfuku

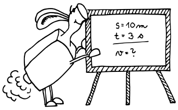
Právě v těchto dnech opravujeme řešení 3. série. Jakmile stanovíme pořadí řešitelů, rozešleme pozvánky na Letní tábor a určíme náhradníky. Pozorně proto sledujte výsledkové listiny na našem webu a přibližně v polovině února očekávejte obálku s pozvánkou. Ti z vás, kteří budou náhradníky, nemusí propadat panice, na tábor se obvykle dostane každý, kdo o účast projeví zájem.

Výsledky ankety

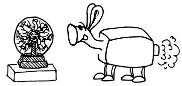
Těší nás, že většina z vás nezapomněla, a s druhou sérií nám zaslala i vyplněné anketní lístky. Jelikož byl jejich výsledek jednoznačný, vytvořili jsme Ročenku Výfuku k II. ročníku. Ročenku v tištěné podobě by měli obdržet všichni loňští řešitelé. Jestliže jste v loňském roce Výfuk neřešili, ale o ročenku zájem máte, napište nám na `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz` a my vám ji rádi pošleme. Ročenka je zdarma.

Organizátoři

`vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`



Zadání IV. série



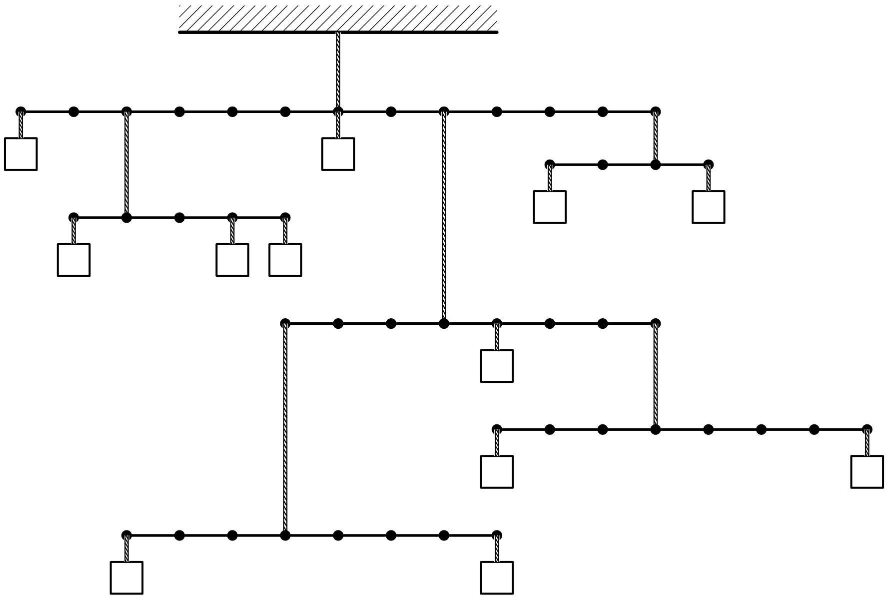
Termín uploadu: 4. 3. 2014 20.00
Termín odeslání: 3. 3. 2014

Úloha IV.1 ... Magnetky 4 body

Jarda našel ve skříni pohozené magnety, z nichž každý měl na sobě napsané jiné písmeno. Některé magnety byly ukončené vypuklým plastem tak, že se daly připojit k jiným magnetům pouze jedním pólem. Mohly tedy tvořit jen začátek, nebo konec „magnetického“ řetízku. Jarda se rozhodl, že si postaví nejdelší možný řetízek: použije všechny obyčejné, dvoupólové magnety, které ukončí dvěma „jednopólovými“ magnety. Kolika různými způsoby dokáže Jarda magnety seřadit, pokud má 3 dvoupólové magnety, 4 magnety pouze se severním pólem a 6 pouze s jižním pólem?

Úloha IV.2 ... Rovnováha 5 bodů

Do schématu na obrázku 1 doplňte po jednom závaží od 1 kg do 12 kg tak, aby byla soustava pák vyvážená. Hmotnost tyček a provázků zanedbejte.

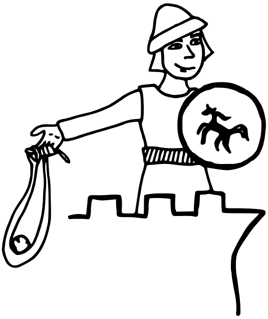


Obr. 1: Schéma pák

Úloha IV.3 ... Most a válce 6 bodů

Pokud se půjdete projít k modernímu železobetonovému mostu, můžete si všimnout, že s pilíři není vůbec propojen. Takový most totiž sedí na velkých ocelových válcích. Jakému jevu se tak konstruktéři brání? Pečlivě popište, co by se stalo, kdybychom místo použití válců most pevně zabudovali ke břehům. Spolu s řešením souvisejícího problému uveďte alespoň dva další příklady, kde se se stejným jevem setkáváme.

Úloha IV.4 ... Problémy práčete 9 bodů



Lukáš má rád středověk. Kdyby žil ve 13. století, určitě by se stal práčetem, středověkým bojovníkem s prakem. A jak se s takovým prakem ve středověku zacházelo? Na konec praku s délkou ramene $r = 80\,\mathrm{cm}$ se umístil kámen s hmotností $m = 600\,\mathrm{g}$ a práče ho nad hlavou roztočilo na frekvenci $f = 200\,\mathrm{ot{\cdot}min^{-1}}$ (otáček za minutu). Nakonec se škubnutím kámen z praku uvolnil a práče mohlo sledovat, zda-li zasáhne cíl.

1. Jaká je úhlová rychlost ω praku? Výsledek zaokrouhlete na dvě desetinná místa.
2. Jakou rychlostí v_0 se pohybuje kámen těsně po „výstřelu“ z praku?
3. Šikovné práče vystřelilo kámen ve vodorovném směru rychlostí v_0. Do jaké vzdálenosti x kámen doletí, pokud se v momentě výstřelu kámen nacházel ve výšce $h = 2\,\mathrm{m}$?
4. Rameno, ze kterého je prak vyroben, lze napínat maximální silou $F_\mathrm{m} = 700\,\mathrm{N}$. Práče se leklo, zda-li odstředivá síla kamene při střílení není příliš velká. Pomozte mu a vypočítejte, na jakou úhlovou rychlost ω_m lze kámen roztočit, aby to prak ještě vydržel. Poté vypočítejte maximální vzdálenost x_m, do které je prak schopen dostřelit za podmínek jako v předešlém úkolu.

Úloha IV.E ... Podivné nůžky 8 bodů

Lada nedávno přemýšlela nad následujícím problémem. Chtěla zjistit, kde se nachází těžiště nůžek, které jsou rozevřeny na 30°. Místo zdlouhavého počítaní se na to rozhodla přijít experimentálně.

Pomozte Ladě a zkuste najít těžiště nůžek a to pro alespoň 4 úhly jejich pootevření. Pro každý úhel změřte vzdálenost mezi těžištěm a středem nůžek.[1] Následně vyneste naměřené hodnoty do grafu závislosti vzdálenosti těžiště na úhlu pootevření. Svůj postup nezapomeňte řádně okomentovat.

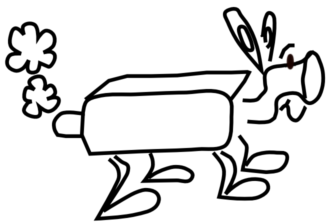
Poznámka: Úhel pootevření můžete zafixovat malým (zanedbatelným) množstvím izolepy.

[1] To je to místo, kde jsou ramena nůžek spojena.

Úloha IV.C ... Zákon zachování zimy

9 bodů

1. Jednoho chladného pondělí sněžilo natolik, že to Tomovi zasypalo dům. Vytáhl tedy ze sklepa lopatu na sníh a pustil se do práce. Odhazování sněhu vykonával tak, že sníh podebral lopatou, zvedl ho do nezanedbatelné výšky a rovnoměrnou rychlostí ho přenesl k hluboké jámě, kde ho vysypal. Jak se při takovém procesu mění kinetická, potenciální a mechanická energie nabraného sněhu? Zkuste to co nejpřesněji zakreslit do grafů závislých na čase. Všechny potřebné hodnoty přibližně odhadněte.
2. Paťo rád sáňkuje. Tentokrát ale svou jízdu neubrzdil a zastavil až ve středu zamrzlého jezera. Led byl velmi kluzký a rozhýbat se na něm by bylo opravdu náročné. Naštěstí má Paťo s sebou dělo na sněhové koule. Kromě samotného děla má k dispozici dvě koule o hmotnostech $m_1 = 1\,\mathrm{kg}$ a $m_2 = 2\,\mathrm{kg}$. Jeho dilema nyní spočívá v tom, že se nedokáže rozhodnout, jakým způsobem vystřelení koulí za sebe získá nejvyšší rychlost. Dělo dokáže střílet maximální rychlostí $v = 20\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a hmotnost Paťa, děla a saní je dohromady $M = 80\,\mathrm{kg}$.
   a) Který způsob je nejúčinnější, když dělo vystřelí obě koule naráz, nebo když vystřelí nejdříve těžší a poté lehčí, anebo naopak? Jaké nejvyšší rychlosti bude poté Paťo schopen dosáhnout?
   b) Ani tak kluzký led není dokonale hladký, a tak se Paťo časem na jezeře vlivem tření znovu zastaví. Kolik tepla led přijme po dobu Paťova pohybu mezi prvním a druhým zastavením?
3. Krasobruslař Petr si všiml, že když se snaží dělat piruetu s rozpaženýma rukama, tak je schopný udělat přibližně 14 otáček za 6 sekund. Jeho moment setrvačnosti je v té chvíli $J = 0{,}9\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$. Když však připaží ruky k tělu, svůj moment setrvačnosti zmenší o $\Delta J = 0{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^2}$. Kolik otáček udělá Petr s připaženýma rukama za 10 sekund?



Výfučtení: Zákony zachování

„Světů je neomezené množství, neustále vznikají a zanikají. Nic nevzniká z ničeho a nezaniká v nic.“
Demokritos

Už ve starém Demokritově učení se psalo o jistém principu „setrvačnosti“, kdy objekty měnily svůj stav jen tehdy, když vyloženě existovala příčina změny. Takováto filozofická prohlášení znamenají platnost něčeho, co si nazveme jako „zákony zachovaní“, které můžeme okolo sebe pozorovat v nejrůznějších formách. V tomto Výfučtení se však budeme zabývat těmi nejzákladnějšími z nich, a to zákonem zachovaní energie, hybnosti a momentu hybnosti.

Energie

O *energii* jakožto fyzikální veličině jste už určitě slyšeli. Každému objektu náleží jisté množství energie. Vzhledem k tomu, že při práci tělesem se jeho energie spotřebovává, můžeme říci, že energie je schopnost tělesa práci konat.

Jednotka energie je totožná s jednotkou práce, udávame ji tedy v joulech (J). Pro představu je 1 J práce, kterou musíme vykonat, abychom zvedli kilogramové těleso přibližně do výšky 10 cm. Jednotka je pojmenovaná po britském fyzikovi Jamesi P. Jouleovi a v soustavě základních jednotek SI je rovna

$$\mathrm{J} = \mathrm{N{\cdot}m} = \mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-2}}\,.$$

V přírodě můžeme pozorovat různé formy energie. Zde si uvedeme několik nejběžnějších forem, které bychom měli znát.

Kinetická energie

Tuto energii má každý předmět, který se pohybuje nenulovou rychlostí. Říká nám, jak velkou práci je třeba vykonat pro rozpohybování tohoto předmětu na danou rychlost.

Těleso o hmotnosti m pohybující se rychlostí v má kinetickou energii E_k rovnu

$$E_\mathrm{k} = \frac{1}{2}mv^2\,.$$

Ukážeme si, že tento vzorec není žádný výmysl, ale skutečně se shoduje s vyjádřením práce, kterou musíme konat, abychom těleso z klidového stavu urychlili na rychlost v. Pokud těleso urychlujeme se zrychlením a po dobu t, jeho rychlost se z nulové rychlosti změní na rychlost $v = at$. Urychlení tělesa jsme docílili působením síly $F = ma$ na těleso na dráze $s = 1/2 \cdot at^2$. Vykonali jsme tedy práci $W = Fs = ma \cdot 1/2 \cdot at^2$. Po dosazení za zrychlení a čas je tento výraz roven $1/2 \cdot mv^2$.

Speciálním případem kinetické energie je *rotační energie*, která se zavádí pro popis rotace tělesa okolo zvolené osy. Pokud se těleso otáčí úhlovou rychlostí[2] ω, jeho rotační energie bude

$$E_\mathrm{r} = \frac{1}{2}J\omega^2\,.$$

[2] Úhlová rychlost vyjadřuje, o jaký úhel se těleso pootočí za sekundu.

Veličina J se nazýva *moment setrvačnosti* a charakterizuje odpor tělesa vůči roztáčení. Tato trochu záhadná veličina v podstatě hovoří o rozložení hmoty v tělese, tedy o jeho tvaru, hustotě a velikosti. Jednodušším tělesům není problém najít hodnotu J klidně i v tabulkách. Například moment setrvačnosti koule vůči ose procházející jejím středem je přesně $J = 2/5 \cdot MR^2$, kde M je její hmotnost a R její poloměr.

Potenciální energie

Je to energie, která se objevuje tehdy, když na nás působí nějaké silové pole (nejčastěji se setkáme s gravitačním nebo tíhovým). Pokud těleso v tomto poli změní svoji polohu, změní se i jeho potenciální energie. Například zvedneme-li vědro o hmotnosti m ze země do výšky h, vykonáme práci $W = F_g h$. Tím dodáme tělesu potenciální energii rovnou

$$E_\mathrm{p} = mgh\,.$$

Je důležité dát si pozor na to, že h, vystupující ve vzorci není libovolná vzdálenost, ale *výškový rozdíl*, který těleso překoná. Musíme si také uvědomit, že nulová hladina potenciální energie je na úrovni země (toto zavedení má svoje důvody, ale pro jejich náročnost je nebudeme uvádět).

Teplo

Každá látka se skladá z atomů nebo molekul konajících neuspořádaný či kmitavý pohyb. Teplem nazývame celkovou kinetickou energii všech těchto částic v látce. Tuto veličinu označujeme písmenem Q a jako další formu energie ji taktéž udáváme v joulech. Vyčíslit tuto energii přesně je ale prakticky nemožné. K tepelnému popisu látky tedy namísto samotného tepla používáme veličinu, která je jeho vnějším projevem a nazývá se *teplota*.

Zákon zachování energie

Energie v reálném světě velmi často mění svoje formy v závislosti na dané situaci. Například při volném pádu tělesa se potenciální energie mění na kinetickou (výška tělesa od země je stále menší, ale jeho rychlost roste). Když kopneme do míče, odevzdáme mu kinetickou energii díky práci našich svalů. Postupně se celá kinetická energie vlivem tření přemění na teplo, které přijme okolní vzduch a tráva, a proto se míč nakonec zastaví. Jistě bychom mohli vyjmenovat mnoho dalších příkladů z běžného života, kde nastávají přeměny nejrůznějších druhů energie, dokonce nemusí jít nutně o fyziku: příjmem potravy získáváme energii, díky které si udržujeme vědomí a můžeme dělat vše, co nám tělo dovolí (běhat, vylézt na kopec, …). Všechny příklady přeměn energie mají ale něco společného.

Výše jsme zmínili, že energie nemůže vzniknout z ničeho a stejně tak nemůže ani zaniknout v nic. Může se pouze přemenit na jiné formy energie. Na základě těchto pozorování fyzici vyslovili myšlenku, že celková energie uzavřeného systému[3] se s časem nemění. Právě tento princip nazýváme *zákonem zachovaní energie* (ZZE).

Speciálním případem ZZE je zákon zachovaní *mechanické* energie, který se liší pouze tím, že předpokládáme, že jediná změna energie, která může nastat, je přelévání mezi kinetickou a potenciální energií. Zákon zachování mechanické energie platí tedy jen pokud zanedbáváme

[3] Uzavřený systém je něco, co je úplně izolované od vnějších vlivů.

ztráty energie třením, tepelnými přenosy, deformacemi, apod. Matematicky můžeme zákon popsat rovnicí

$$\Delta E_\mathrm{k} + \Delta E_\mathrm{r} + \Delta E_\mathrm{p} = 0\,.$$

Tato rovnice říká, že pokud se jedna z energií systému zvětší, pak se součet zbylých dvou energií musí zmenšit o stejnou hodnotu.

Zákon zachování hybnosti

Hybnost je fyzikální veličina, která vyjadřuje „míru setrvačnosti“ tělesa. Značíme ji malým psacím písmenem p a její jednotka je

$$[p] = \mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

Z jednotky lze uhodnout, že hybnost tělesa je jednoduše součin jeho hmotnosti a rychlosti

$$p = mv\,.$$

Ve skutečnosti u hybnosti definujeme kromě její velikosti i její směr,[4] který je stejný jako směr rychlosti. V jiných oblastech fyziky lze hybnost definovat i pomocí jiných veličin, o tom se ale ve Výfučtení nebudeme zmiňovat.

Zákon zachování hybnosti se těší oblibě zejména při srážkách předmětů, částic apod. Představme si, že máme 2 kuličky na přímce, na které nepůsobí žádné vnější síly, tvoří tedy uzavřený systém. Kuličky mají hmotnosti m_1 a m_2 a rychlosti v_1 a $-v_2$. Znaménko $-$ vyjadřuje, že kuličky se pohybují proti sobě, tedy směr jejich rychlostí je opačný a kuličky se srazí. Celková hybnost soustavy je pak rovna

$$p = p_1 + p_2 = m_1 v_1 - m_2 v_2\,.$$

Následně se kuličky srazí. Předpokládejme, že srážka trvá kratičký čas Δt, po který kuličky působí mezi sebou silami $-F_1$ (síla na první kuličku) a F_2 (síla na druhou kuličku). Různá znaménka znovu značí různé směřování sil. Tentokrát je ale mínus při síle F_1, protože uvažovanou „čelní“ srážkou se zjevně kuličky zpomalí.

Za tento čas se hybnost prvního tělesa vlivem síly F_1 změní o Δp_1 a hybnost druhého tělesa vlivem síly F_2 o Δp_2. Mezi působící silou a hybností platí

$$\Delta p_1 = -F_1 \Delta t\,, \qquad \Delta p_2 = F_2 \Delta t\,.$$

Tedy celková změna hybnosti bude

$$\Delta p = \Delta p_1 + \Delta p_2 = -F_1 \Delta t + F_2 \Delta t = (-F_1 + F_2)\,\Delta t\,.$$

Ze zákona akce a reakce musí ale platit, že síly F_1 a F_2 musí být stejně velké. Jedná se o tzv. vnitřní síly soustavy. Z poslední rovnice tedy dostáváme

$$\Delta p = 0\,\mathrm{N} \cdot \Delta t = 0\,\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

Vyšlo nám, že celková hybnost se během srážky nemění. Z toho vyplývá, že nepůsobí-li na soustavu žádné *vnější* síly, celková hybnost na začátku a na konci je stejná. Tím jsme zformulovali znění zákona zachování hybnosti, který jsme navíc elegantně odvodili. Samozřejmě zákon lze zobecnit i pro více těles a libovolné směrování rychlostí. Je k tomu ale potřeba složitější matematika.

[4] Pro starší: jedná se tedy o vektor hybnosti $\boldsymbol{p}$ – vektory v literatuře nejčastěji píšeme tučně.

Zákon zachování momentu hybnosti

Moment hybnosti, též někdy označován jako kinetický moment, plní úlohu hybnosti při otáčení těles. Stejně jako moment setrvačnosti je i moment hybnosti veličina, která se určuje vzhledem k nějaké ose. Značíme jej velkým písmenem L a jeho jednotka je

$$[L] = \mathrm{kg{\cdot}m^2{\cdot}s^{-1}}\,.$$

Při otáčení nějakého tělesa je moment hybnosti jedné jeho částice definován vztahem

$$L = pr\,,$$

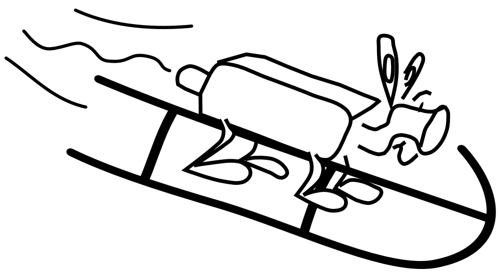
kde r je tzv. průvodič, tedy vzdálenost částice od osy otáčení, a p je již známá hybnost částice.[5] Stejně jako p i L má svůj směr, a to překvapivě ve směru osy otáčení.

Pomocí metod statistické fyziky dokážeme sečíst momenty hybností všech částic v tělese. Do hry se vrací známý moment setrvačnosti a dostáváme

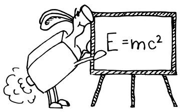
$$L = J\omega\,.$$

Jak tedy vypadá zákon zachování momentu setrvačnosti? Formulace je podobná jako v předešlých případech. V izolované soustavě se moment hybnosti nemění. Změníme-li moment setrvačnosti tělesa, musí se zákonitě změnit i úhlová rychlost otáčení a opačně.

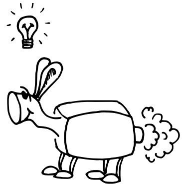
Korektní odvození tohoto zákona opravdu není jednoduchá záležitost. Časem se to určitě naučíte.



[5] Pokud není průvodič kolmý na směr rychlosti, musíme součin pr ještě vynásobit číslem $\sin\alpha$, kde α je úhel mezi průvodičem a směrem rychlosti.



Řešení II. série



Úloha II.1 ... Řezání tyčí firmou Přířez
3 body; průměr 2,77; řešilo 91 studentů

Franta z Rána staví malý zahradní plot. Použije na něj 320 tyčí o délce $l_1 = 580\,\mathrm{mm}$. Ve firmě Přířez prodávají tyče o délce $l = 4\,\mathrm{m}$. Franta si tyto tyče rozřeže na požadovanou délku. Na řez spotřebuje $2\,\mathrm{mm}$ délky.

Kolik si má koupit čtyřmetrových tyčí?

Nejprve si spočítáme, kolik můžeme z jedné čtyřmetrové ($4\,\mathrm{m} = 4\,000\,\mathrm{mm}$) tyče nařezat tyčí o délce 580 mm

$$\frac{4\,000\,\mathrm{mm}}{580\,\mathrm{mm}} \doteq 6{,}9\,.$$

Na řez se spotřebují další 2 mm, takže toto číslo bude o něco menší,[6] to je nám však jedno, jelikož toto číslo musíme zaokrouhlit dolů, neboť zbytek o délce menší než 0,9 tyče je stejně k ničemu. Z jedné čtyřmetrové tyče tedy získáme šest tyčí potřebné délky.

Dále víme, že na celý plot je potřeba 320 tyčí, proto vydělíme celkový počet tyčí počtem tyčí, které získáme z jedné čtyřmetrové tyče

$$\frac{320}{6} \doteq 53{,}3.$$

53 čtyřmetrových tyčí spotřebujeme celých, a přestože další tyč využijeme jen z malé části, musíme ji také započítat. Franta z Rána si má tedy koupit 54 tyčí.

Poznámky k došlým řešením

Někteří řešitelé sečetli délku tyče s řezy. To bylo mírně špatně, jelikož řezů bude ve skutečnosti o 1 méně a tudíž tyto dvě čísla nejde sečíst. Poslední řez bude sice použit na oddělení zbytku, ale kdyby byla úloha zadána s tyčemi dlouhými 3,490 m, ovlivnilo by to výsledek, na výrobu 6 tyčí by chyběli 2 mm. Další řešitele tyče spojovaly. Několik lidí nečetlo Výfučtení první série a čísla z kalkulačky nezaokrouhlovali, čímž počítali se zbytečně dlouhými čísly.

Petr Šimůnek
`peta@vyfuk.mff.cuni.cz`

[6] Je ale zřejmé, že toto číslo neklesne pod 6.

Úloha II.2 ... Lungernerseerský běh

5 bodů; průměr 2,67; řešilo 63 studentů

Každý rok se ve Švýcarsku pořádá Běh kolem jezera Lungernersee. Letos se běhu zúčastnily i Verča s Terkou. Na rozdíl od ostatních běžců si holky zvolily zajímavou techniku. Nejdříve začne Verča běžet s konstantním zrychlením a a Terka se zrychlením $2a$. V polovině času si zrychlení vymění – stejně dlouho bude pak Verča běžet se zrychlením $2a$, Terka se zrychlením a. Po akci se Verča chválila, že uběhla $5\,\mathrm{km}$. S jakou uběhnutou vzdáleností se může pochválit Terka?

Velmi slušný bodový zisk dostanete i tehdy, když pouze rozhodnete, zda-li Terka uběhne více nebo méně než Verča. Odpověď ale musí být dobře odůvodněna.

Označme si polovinu času běhu jako t. Tento čas je stejný pro obě dívky i pro obě poloviny běhu. Obě dívky také startují se stejnou počáteční rychlostí $v_0 = 0\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Během první poloviny běhu se rychlost Verči zvýší na rychlost v_v, kterou vypočítáme podle vztahu pro rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

$$v_\mathrm{v} = v_0 + at\,.$$

Po dosazení za v_0 dostáváme

$$v_\mathrm{v} = at\,.$$

Stejným způsobem vyjádříme Terčinu rychlost v_t po první polovině běhu

$$v_\mathrm{t} = v_0 + 2at = 2at\,.$$

Celková dráha, kterou každá z dívek uběhla, se rovná součtu drah, které uběhly v první a druhé polovině závodu. Verča tak uběhla dráhu $s_\mathrm{v} = s_\mathrm{v1} + s_\mathrm{v2}$. Dráhu v každé polovině běhu můžeme dopočítat podle vztahu pro rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

$$s = \frac{1}{2}at^2 + v_0t\,.$$

Musíme si ale uvědomit, že počátečné rychlosti holek jsou v druhé polovině rovné v_v a v_t. Dráha s_v, kterou uběhla Verča je tedy

$$s_\mathrm{v} = v_0t + \frac{1}{2}at^2 + v_\mathrm{v}t + \frac{1}{2}2at^2 = \frac{1}{2}at^2 + at^2 + at^2 = 2{,}5at^2\,.$$

Stejným způsobem vyjádříme i dráhu s_t, kterou uběhla Terka

$$s_\mathrm{t} = v_0t + \frac{1}{2}2at^2 + v_\mathrm{t}t + \frac{1}{2}at^2 = at^2 + 2at^2 + \frac{1}{2}at^2 = 3{,}5at^2\,.$$

Teď si všimneme, že platí

$$at^2 = \frac{s_\mathrm{v}}{2{,}5} = \frac{s_\mathrm{t}}{3{,}5}\,.$$

Dráhu s_v, kterou uběhla Verča, známe ze zadání, můžeme tedy dopočítat Terčinu dráhu s_t

$$s_\mathrm{t} = s_\mathrm{v}\cdot\frac{3{,}5}{2{,}5} = 5\,\mathrm{km}\cdot\frac{3{,}5}{2{,}5} = 7\,\mathrm{km}\,.$$

Terka se tedy může pochválit uběhnutou vzdáleností $7\,\mathrm{km}$.

Poznámky k došlým riešením

Větší část z vás počítala správně se vztahy popisujícími rovnoměrně zrychlený pohyb. Jen pozor na to, že do druhé poloviny závodu vběhly obě slečny již s nějakou nenulovou rychlostí, kterou je třeba uvažovat, a druhou polovinu počítat s ní. Část z vás však zrychlení uvedené v zadání považovala za rychlost a počítala s rovnoměrným přímočarým pohybem slečen. Rychlost a zrychlení jsou opravdu dvě různé fyzikální veličiny, každá vyjadřuje něco jiného, takže si je nemůžeme libovolně zaměňovat. Někteří se také nechali zmást tím, že obě závodnice neběželi stejnou dráhu. Opravdu existují závody postavené jakoby naopak, kdy je cílem urazit co nejdelší vzdálenost za předem daný čas, stejný pro všechny závodníky (např. dvanáctiminutový běh, Den cesty,[7] ...).

Tereza Mašková
`tereza@vyfuk.mff.cuni.cz`

Úloha II.3 ... Řetízek

6 bodů; průměr 4,02; řešilo 51 studentů

Čajka dostala k narozeninám řetízek. Byl $l = 20\,\mathrm{cm}$ dlouhý, složený z $n = 50$ oček a vážil $m = 100\,\mathrm{g}$. Dále Čajka změřila, že koeficient statického tření mezi řetízkem a nočním stolkem je $f = 0{,}3$. Pak nechala řetízek viset přes okraj stolku. Kolik celých *oček může ze stolku viset, aby řetízek nesklouzl dolů?*

Nejprve si musíme uvědomit, jaké síly budou na takto ležící řetízek působit. Jednak zde bude působit síla tíhová, a pak také síla třecí. Ale jak přesně budou působit? Vzhledem k tomu, že řetízek musí zůstat na místě, tak je nutné, aby se všechny působící síly ve výsledku vyrušily, přesně podle zákona akce a reakce. Proto si tedy rozdělíme řetízek na dvě části:

1. část, která visí přes okraj stolu
2. část, která leží na stole

V první části řetízku působí pouze tíhová síla, která stahuje řetízek k zemi. Proto musí v druhé části řetízku působit nějaká síla, která by řetízku bránila v pohybu. A ejhle! Vidíme, že odpovídající silou bude síla třecí.

Tíhová síla bude sice působit i ve druhé části řetízku, ale ta bude, přesně podle zákona akce a reakce, kompenzována reakční sílou stolu, takže ji vůbec nemusíme uvažovat.

Celou situaci si můžeme zapsat jako

$$\begin{aligned} F_\mathrm{t} &= F_g\,,\\ m_2 f g &= m_1 g\,,\\ m_2 f &= m_1\,, \end{aligned}$$

kde f je koeficient statického tření, g je tíhová konstanta, kterou můžeme vykrátit, a m_1 a m_2 jsou hmotnosti jednotlivých částí, přičemž celková hmotnost $m = m_1 + m_2$. Odtud můžeme předchozí rovnici upravit do tvaru

$$\begin{aligned} (m - m_1)\,f &= m_1\,,\\ mf &= m_1\,(1 + f)\;,\\ m_1 &= \frac{mf}{1+f}\,. \end{aligned}$$

[7] `http://www.dencesty.cz/`

Po dosazení dostáváme
$$m_1 = \frac{100\,\mathrm{g} \cdot 0{,}3}{1 + 0{,}3} = 23\,\mathrm{g}\,.$$
Potřebujeme ale zjistit, kolik oček můžeme nechat viset přes okraj, a proto vypočítáme hmotnost jednoho očka m_0
$$m_0 = \frac{m}{n} = \frac{100\,\mathrm{g}}{50} = 2\,\mathrm{g}\,,$$
kde n je počet oček. Výsledný počet oček, který může ze stolku viset tedy bude
$$N = \frac{m_1}{m_0} = \frac{\frac{mf}{1+f}}{\frac{m}{n}} = \frac{mnf}{m\,(1+f)} = \frac{nf}{1+f}\,.$$
Po dosazení
$$N = \frac{50 \cdot 0{,}3}{1 + 0{,}3} = 11{,}5\,.$$
Nesmíme však zapomenout, že se ptáme na celá očka, a proto výsledkem bude pouze celá část čísla N, takže 11 oček.

Karolína Šromeková `cajka@vyfuk.mff.cuni.cz`

Radka Štefaníková `radka@vyfuk.mff.cuni.cz`

Úloha II.4 ... Armageddon

9 bodů; průměr 3,58; řešilo 36 studentů

Mišo se doslechl, že dne 21. 12. 2013 dojde ke zvláštnímu úkazu. Mars, Slunce, Země a Měsíc se budou nacházet na jedné přímce. Kdyby náhodou tento úkaz nevedl ke světové apokalypse, Mišo si řekl, že spočítá, za jaký čas dojde ke stejné konfiguraci (všechna tělesa budou na jedné přímce, ne nutně v tomto pořadí) znovu. Zkuste to i vy:

1. *Vyjádřete úhel φ, který opíše Mars za obecný čas t.*
2. *Nakreslete obrázek, jak bude vypadat nejbližší setkání Marsu, Země a Slunce na jedné přímce. Jaký úhel musí opsat Země a jaký Mars?*
3. *S užitím výsledků předešlých bodů vypočtěte čas T_0, za který dojde k tomuto setkání planet.*
4. *Jaký úhel za tento čas opíše Měsíc? Bude s planetami také na přímce?*
5. *Vypočtěte čas T_1, kdy skutečně dojde k dalšímu konci světa.*

Země i Mars obíhají kolem Slunce po kruhových dráhách s periodou $T_Z = 365\,\text{dní}$ a $T_M = 687\,\text{dní}$. Měsíc obíhá kolem Země rovněž po kruhové dráze s periodou $T_m = 28\,\text{dní}$. Úplně postačí, když budete i v mezivýsledcích zaokrouhlovat na celé dny.

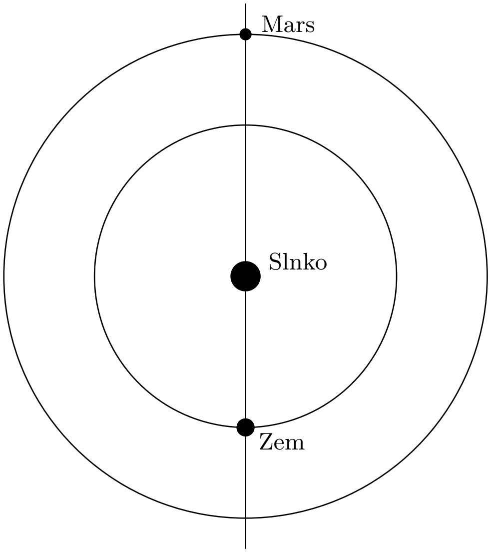
Ak sa niečo otáča alebo obieha, je veľmi užitočné tento pohyb určovať pomocou uhlu φ, ktorý daný objekt opisuje. Rýchlosť, akou sa tento uhol s časom mení, nazývame uhlová rýchlosť. Označuje sa ω a platí pre ňu vzťah
$$\omega = \frac{\varphi}{t}\,.$$

Na to, aby sme vedeli vyriešiť prvú úlohu, potrebujeme poznať uhlovú rýchlosť Marsu. Tú vieme vypočítať až prekvapivo jednoducho. Vieme, že Mars za dobu obehu (T_M) opíše plný uhol 360°. Uhlová rýchlosť je potom
$$\omega = \frac{360^\circ}{T_\mathrm{M}}\,.$$

Posledné dve rovnosti porovnáme a vyjadríme si uhol φ

$$\varphi = \frac{360^\circ \cdot t}{T_\mathrm{M}}\,.$$

Na vyriešenie druhej úlohy si najskôr nakreslime, ako vyzerá konfigurácia planét, ktorú pozoroval Mišo. Poradie určíme podľa zadania – za sebou budú Mars, Slnko, Zem a nakoniec Mesiac (obr. 2).



Obr. 2: Zákryt pozorovaný Mišom

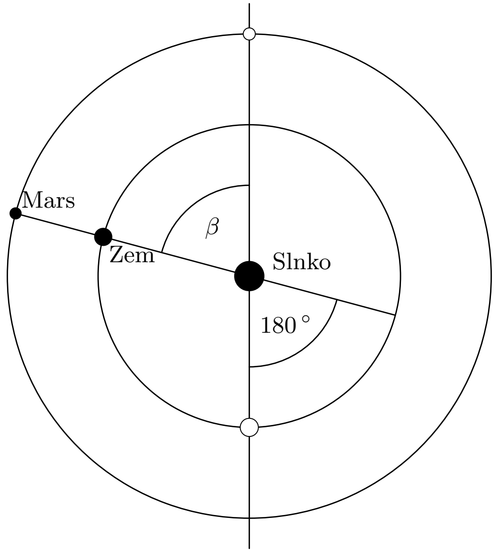
Teraz sa pozrime na rýchlosť obehu planét okolo Slnka. Zo zadania vidíme, že Mars má asi dvakrát väčšiu obežnú dobu, preto obieha okolo Slnka asi dvakrát menšou uhlovou rýchlosťou. Čo to znamená v praxi? Ak Zem opíše štvrť kružnice, Mars za rovnaký čas opíše len osminu. Zem teda vo svojom obehu okolo Slnka predbieha Mars. Je preto jasné, že k ďalšiemu stretnutiu planét a Slnka na jednej priamke dôjde vtedy, keď Zem predbehne Mars o polovicu kružnice. Matematicky povedané, Zem opíše uhol o 180° väčší než Mars. Nič nám nebráni nakresliť si obrázok prvého zákrytu (obr. 3).

Ak by toto bola počiatočná konfigurácia, tak situácia by po prvom zákryte bola úplne rovnaká ako na začiatku nášho zadania. Zem by znova musela opísať rovnaký uhol. Z toho vyplýva, že na počiatočnom postavení planét vôbec nezáleží. Naviac, planéty sa budú takto stretávať vždy po rovnakom čase T_0. Tento čas vypočítame tiež veľmi jednoducho. Označme si uhol, ktorý za čas T_0 opíše Zem, ako α, a uhol, ktorý za rovnaký čas opíše Mars, ako β. Odvodili sme si podmienku, že musí platiť

$$\alpha = \beta + 180^\circ\,.$$

Za uhly dosadíme vzťah, ktorý sme odvodili v prvej úlohe

$$\frac{360^\circ \cdot T_0}{T_\mathrm{Z}} = \frac{360^\circ \cdot T_0}{T_\mathrm{M}} + 180^\circ\,.$$



Obr. 3: Najbližší zákryt

Z tejto rovnice si vyjadríme T_0. Najskôr ju vynásobíme T_M a T_Z a nakoniec hľadaný čas osamostatníme. Ak sme správne počítali, dostávame výsledný vzťah

$$T_0 = \frac{180^\circ \cdot T_\mathrm{M} T_\mathrm{Z}}{360^\circ \cdot (T_\mathrm{M} - T_\mathrm{Z})} = \frac{T_\mathrm{M} T_\mathrm{Z}}{2\,(T_\mathrm{M} - T_\mathrm{Z})}\,.$$

Po dosadení dostávame

$$T_0 = \frac{687\,\text{dní} \cdot 365\,\text{dní}}{2\,(687\,\text{dní} - 365\,\text{dní})} \doteq 389\,\text{dní}\,.$$

Stále ale nevieme, či za tento čas sa do zákrytu dostane aj Mesiac. Aby sa tak stalo, musí platiť (nakreslite si obrázok), že Mesiac opíše uhol β a ľubovoľný počet polotáčok.[8]

Čas t_m, za ktorý Mesiac opíše uhol β, vypočítame zo vzťahu, ktorý sme si odvodili v 1. bode. Za uhol β si dosadíme vyjadrenie zo 4. bodu úlohy

$$\beta = \frac{360^\circ \cdot T_0}{T_\mathrm{M}} = \frac{360^\circ \cdot t_\mathrm{m}}{T_\mathrm{m}}\,,$$

$$t_\mathrm{m} = T_0 \frac{T_\mathrm{m}}{T_\mathrm{M}} = 389\,\text{dní} \cdot \frac{28\,\text{dní}}{687\,\text{dní}} \doteq 16\,\text{dní}\,.$$

To znamená, že Mesiac bude v zákryte vtedy, ak od prvého zákrytu ubehlo 16 dní a ľubovoľný násobok $(28/2)$ dní $= 14$ dní (to sú spomínané polotáčky). To znamená, že hľadáme najmenší násobok času T_0, ktorý po delení číslom 14 dáva zvyšok 2 (pretože v 16 je už jeden násobok čísla 14).

[8] Ak urobí Mesiac párny (sudý) počet polotáčok, k zákrytu dojde v rovnakom poradí ako v zadaní. Ak urobí nepárny (lichý) počet polotáčok, k zákrytu doje v poradí Mars, Slnko, Mesiac a až nakoniec Zem.

Takúto podmienku spĺňa čas

$$T_1 = 4T_0 = 1\,556\,\text{dní} = 4\,\text{roky}\,95\,\text{dní}\,.$$

Znamená to teda, že síce od Mišovho pozorovania ubehnú 3 zákryty Zeme, Slnka a Marsu, no až pri štvrtom bude spolu s nimi v zákryte aj Mesiac. Vzhľadom na to, že sme zaokrúhľovali na celé dni, bude zákryt telies len približný.

Ján Dudič

Úloha II.E ... Neopakovatelný nález

8 bodů; (chybí statistiky)

Tom měl dneska trochu štěstí a na chodníku našel mince o hodnotách 1 *Kč a* 2 *Kč. Chtěl zjistit, z jakého materiálu jsou vyrobeny. Pomůžete mu? Vaším úkolem bude* co nejpřesněji *změřit hustotu jedno a dvoukorunové mince. Určitě se pokuste o odhad nebo i výpočet chyby měření. Naměřené hustoty porovnejte. Jsou mince vyrobeny ze stejného materiálu?*

Na úvod, než se pustíme do samotného měření, si povíme trochu teorie a objasníme, co a proč vlastně budeme zkoumat. V této úloze máme zjistit hustotu jednokorun a dvoukorun. Jelikož ji ale nemůžeme měřit přímo, využijeme definice: hustota ϱ tělesa je definovaná jako poměr hmotnosti m a objemu V tohoto tělesa. Pokusíme se tedy stanovit co nejpřesněji hmotnost a objem. Měření těchto dvou veličin jen jedné mince by vedlo k relativně velkým odchylkám od skutečných hodnot, proto pokus provedeme pro větší počet mincí (ideálně 10 – 50 ks) a získaná data následně zprůměrujeme a přepočítáme na jeden vzorek.

Teorii jsme si již objasnili dostatečně a můžeme se tedy pustit do měření: nejprve na vahách určíme hmotnost dvaceti dvoukorun a poté zjistíme jejich objem. Do odměrného válce nalijeme známé množství vody, vhodíme 30 mincí a z rozdílu hladin vody ve válci vypočítáme objem těchto dvoukorun. Měření hmotnosti i objemu provedeme několikrát (v tomto vzorovém řešení jsme vážili desetkrát a objem stanovovali pětkrát), přičemž vždy se jedná o různé vzorky dvoukorun. Nakonec spočítáme průměrné hodnoty a z nich hustotu. Hustotu jednokorun zjistíme stejným postupem.

Hodnoty, které jsme naměřili my, můžete vidět v tabulce 1.

Každý fyzikální experiment a měření je zatíženo chybou, která se odvíjí především od metody měření a od pomůcek. V našem případě jsme použili poměrně přesné analytické váhy a méně přesný odměrný válec, proto u objemu můžeme očekávat větších odchylek.

Nyní si ukážeme, jak určit relativní a absolutní chybu. U každého získaného údaje zjistíme jeho rozdíl od aritmetického průměru (př. rozdíl prvního měření objemu a průměrného objemu dvoukoruny) a absolutní hodnoty těchto rozdílů sečteme a vydělíme počtem měření, čímž spočítáme tzv. absolutní chybu. Relativní odchylku poté určíme tak, že tuto absolutní chybu vydělíme průměrem.[9] Relativní chybu při stanovování hustoty nakonec dostaneme součtem relativních odchylek hmotnosti a objemu. Vynásobením této chyby vypočítanou hustotou získáme absolutní chybu hustoty, která se uvádí u výsledku. Pro naše měření vycházejí tedy následující hodnoty

$$\varrho_1 = (7660 \pm 140)\ \text{kg}{\cdot}\text{m}^{-3}\,,$$

$$\varrho_2 = (7590 \pm 190)\ \text{kg}{\cdot}\text{m}^{-3}\,.$$

[9] Na výpočet chyby lze ale použít i komplikovanějších, přesnějších vztahů.

Tabulka 1: Naměřené hodnoty

1Kč mince				2Kč mince			
m/g	Δm/g	V/cm^3	ΔV/cm^3	m/g	Δm/g	V/cm^3	ΔV/cm^3
3,600	0,002	0,46	0,01	3,700	0,000	0,49	0,01
3,580	0,018	0,48	0,01	3,690	0,010	0,47	0,02
3,600	0,002	0,46	0,01	3,700	0,000	0,50	0,01
3,595	0,005	0,48	0,01	3,695	0,005	0,50	0,01
3,600	0,002	0,47	0,00	3,696	0,004	0,48	0,01
3,603	0,005			3,703	0,003		
3,603	0,005			3,713	0,013		
3,600	0,002			3,700	0,000		
3,598	0,000			3,695	0,005		
3,598	0,000			3,704	0,004		
průměrné hodnoty							
3,598	0,004	0,47	0,01	3,700	0,004	0,49	0,01
	0,1 %		2,1 %		2,2 %		2,3 %

Na závěr se na internetových stránkách České národní banky[10] můžeme přesvědčit o přesnosti našeho měření. Jednokoruny i dvoukoruny se vyrábějí z oceli, která je galvanicky pokovená niklem, proto by nám jejich hustoty měly vyjít přibližně stejně. Hustota oceli se pohybuje v rozmezí mezi $7\,500\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ a $8\,000\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$. Do tohoto intervalu spadají námi získané hodnoty, proto naše měření bylo celkem přesné.

Lukáš Fusek
`lukasf@vyfuk.mff.cuni.cz`

Tereza Uhlířová
`teri@vyfuk.mff.cuni.cz`

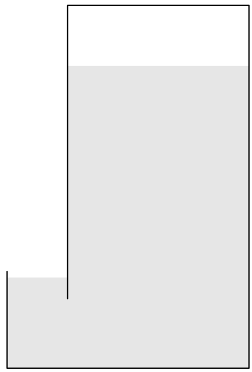
[10] `http://www.cnb.cz/cs/platidla/mince/`

Úloha II.C ... Vodo-vodo-vodní

9 bodů; (chybí statistiky)

1. *Oblíbená legenda o Archimedovi říká, že objev onoho zákona mu pomohl vyřešit problém, který mu uložil král. Archimedes měl za úkol zjistit, zda-li je královská koruna z čistého zlata nebo ze zlata smíchaného se stříbrem. Učenec zjistil, že rozdílné složení má za následek rozdílnou změnu hladiny po ponoření koruny do vody.*

   Zkusme tuto metodu prozkoumat na malých šperkcích se stejnou hmotností $m = 20\,\mathrm{g}$. Jeden je ze zlata s hustotou $\varrho_{Au} = 19\,300\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$, druhý ze stříbra s hustotou $\varrho_{Ag} = 10\,500\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. Nádoba, ve které budeme šperky testovat, má tvar válce s poloměrem podstavy $r = 2\,\mathrm{cm}$. Jaký bude rozdíl výšek hladin Δh mezi ponořením zlatého a stříbrného šperku? Je tato metoda přesná?



Obr. 4: Napajedlo

2. *Katka bydlí ve městě, které je zásobováno pitnou vodou z nedaleké vodárny na kopci. Čerpadlo ve vodárně čerpá vodu do potrubí pod tlakem $p = 500\,\mathrm{kPa}$. Inženýři se Katky zeptali, jakou nejvyšší obytnou budovu lze ve městě postavit, aby i v nejvyšším patře mohla téct voda z kohoutku. Vypočítejte to i vy. Kopec, na kterém stojí vodárna, má výšku $H = 100\,\mathrm{m}$.*
3. *Jarda chová andulky. Jednou si vyfotil jejich napajedlo (viz obrázek). Nešlo mu do hlavy, proč voda v napajedle jednoduše nevyteče ven. Pokuste se tento fenomén vysvětlit vy – své kroky fyzikálně odůvodněte.*

1. Aby sme mohli použiť Archimedov zákon, musíme si najskôr vypočítať objem jednotlivých šperkov podľa známeho vzorca
$$V = \frac{m}{\varrho}\,.$$
Vidíme, že hustota zlata aj striebra je väčšia ako hustota vody $\varrho_{\mathrm{Ag}} > \varrho_{\mathrm{voda}}$ a $\varrho_{\mathrm{Au}} > \varrho_{\mathrm{voda}}$. Oba šperky preto klesnú ku dnu a k objemu vody v nádobe musíme teda pripočítať celý objem šperku.
Keďže voda v nádobe má tvar valca, zaujíma nás, ako sa zmení výška valca, ak jeho objem vzrastie o ΔV. Pre objem valca platí vzorec
$$V = S_{\mathrm{podstava}} h = \pi r^2 h\,.$$
Ak si označíme zmenu výšky Δh, pre zväčšený valec bude platiť
$$V + \Delta V = \pi r^2 \left(h + \Delta h\right)\,,$$
$$V + \Delta V = V + \pi r^2 \Delta h\,,$$
$$\Delta h = \frac{\Delta V}{\pi r^2}\,.$$
Aby sme dostali výsledný rozdiel hladín medzi jednotlivými šperkami, musíme hodnoty rozdielov hladín pre šperk zo zlata a striebra od seba odčítať.
$$\Delta H = \Delta h_{\mathrm{Ag}} - \Delta h_{\mathrm{Au}} = \frac{V_{\mathrm{Ag}}}{\pi r^2} - \frac{V_{\mathrm{Au}}}{\pi r^2} = \frac{V_{\mathrm{Ag}} - V_{\mathrm{Au}}}{\pi r^2}\,.$$

Ešte si môžeme vyjadriť objem pomocou hustoty, čím dostávame

$$\Delta H = \frac{\frac{m}{\varrho_{\mathrm{Ag}}} - \frac{m}{\varrho_{\mathrm{Au}}}}{\pi r^2} = \frac{\frac{0{,}02\,\mathrm{kg}}{10\,500\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}} - \frac{0{,}02\,\mathrm{kg}}{19\,300\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}}}{\pi\,(0{,}02\,\mathrm{m})^2} \doteq 0{,}7\,\mathrm{mm}\,.$$

Ako vidíme, je to iba veľmi malý rozdiel, skoro nepozorovateľný voľným okom. Táto metóda určovania je teda veľmi nepresná.

2. Na túto úlohu existujú dva uhly pohľadu

   (a) Vieme si vypočítať, aký bude tlak v potrubí v údolí (pod kopcom) pri vstupe do budovy. Hydrostatický tlak v údolí bude jednoducho $\varrho g H$. K tomuto tlaku sa ale vďaka Pascalovmu zákonu pripočítava tlak čerpadla p.

   $$p_{\mathrm{u}} = p + \varrho g H\,.$$

   Ak chceme, aby nám v nejakej výške tiekla voda z kohútika, musí platiť, že tlak vody v kohútiku musí byť väčší ako atmosférický tlak. Pri nižšom tlaku nám z kohútika nepotečie nič, pri vyššom tlaku nám voda potečie väčšou rýchlosťou.[11]

   Maximálnu výšku určíme použitím spomínanej podmienky. Samozrejme platí, že vo výške h nad údolím nám tlak poklesne o hodnotu $\varrho g h$.

   $$\begin{aligned} p_{\mathrm{u}} - \varrho g h_{\max} &> p_a\,,\\ h_{\max}\varrho g &< p_{\mathrm{u}} - p_a\,,\\ h_{\max} &< \frac{p + \varrho g H - p_a}{\varrho g}\,,\\ h_{\max} &< \frac{5\cdot 10^5\,\mathrm{Pa} + 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}\cdot 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}\cdot 100\,\mathrm{m} - 101\cdot 10^3\,\mathrm{Pa}}{1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}\cdot 10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}} = 139{,}9\,\mathrm{m}\,. \end{aligned}$$

   Hodnotu atmosférického tlaku sme našli v tabuľkách. Vidíme, že v meste môže byť budova vysoká skoro 140 m.

   (b) Namiesto tvrdého počítania si vieme pomôcť aj úvahou. Budeme vychádzať z predstavy spojených nádob: vodáreň je potrubím spojená s našou budovou a tvoria spojenú nádobu. Naviac si na chvíľku odmyslime prítomnosť atmosférického tlaku.

   Ak by sme chceli budovu postaviť, ale čerpadlo by nefungovalo, tak voda by vystúpila len do výšky H. Teraz si zapnime zároveň čerpadlo a atmosférický tlak. Pre nás má zapnutie atmosférického tlaku rovnaký efekt, ako keby čerpadlo vyvíjalo tlak len $p - p_a$. Tento tlak nám vodu vytlačí do výšky

   $$h = \frac{p - p_a}{\varrho g}\,.$$

   Výsledná výška je daná súčtom

   $$h_{\max} = H + h\,.$$

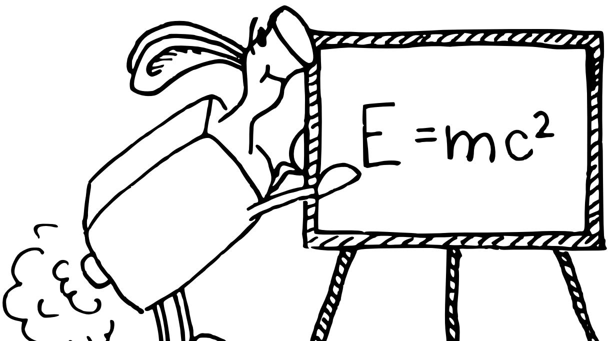
   Ľahko si môžete overiť, že sme dostali výsledok rovnaký ako v prípade (a).

[11] Je to dôsledok tzv. Bernoulliho zákona, o ktorom sa určite časom dozviete omnoho viac.

3. Zamyslime sa nad silami, ktoré pôsobia na našu kvapalinu. Vidíme, že na hore v napájadle je nejaký vzduch.[12] Ten bude zjavne hrať veľkú rolu, pretože pôsobením tiažovej sily kvapaliny vznikne vo vzduchu v nádobe podtlak. To znamená, že tlak vzduchu vnútri je menší ako je okolitý atmosférický tlak.
   Tento vzduch pôsobí na kvapalinu tlakom p. Vďaka Pascalovmu zákonu sa tento tlak prenáša celým objemom vody v napájadle až po otvorený koniec napájadla. No tu pôsobí opačným smerom práve atmosférický tlak p_a. Povedali sme si ale, že platí $p_a > p$, teda atmosférický tlak vlastne tlačí vodu do napájadla! Voda v napájadle sa však nehýbe. To znamená, že na voľnú hladinu nemôže pôsobiť žiadna výsledná sila. Chýbajúci rozdiel síl (resp. tlakov) nám však zaručuje hydrostatický tlak – hladina v nádobe je totiž vyššie, ako voľná hladina vody na otvorenom konci, takže k tlaku p sa pripája aj hydrostatický tlak $\varrho g \Delta h$. Rozdiel výšok hladín Δh sa ustáli na takej hodnote, aby tlaky (a teda aj tlakové sily) pôsobiace na voľnú hladinu zdola a zhora boli rovnaké.[13] Preto voda nevytečie z napájadla.

Michal Červeňák
miso@vyfuk.mff.cuni.cz

Patrik Švančara
patrik@vyfuk.mff.cuni.cz



[12] Tento vzduch sa tam dostáva tým, že andulky pri pití vypúšťajú do vody bublinky.
[13] Ak by to tak nebolo, tak by z napájadla začala vytekať voda dovtedy, kým by rovnováha tlakov nenastala.

Pořadí řešitelů po II. sérii

Kategorie šestých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	E	C	II	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	3	5	6	9	8	9	**40**	*100*	**79**
1.	*Kryštof Pravda*	ZŠ Brána jazyků Praha	3	5	–	6	6	3	**23**	*64*	**47**
2.	*Klára Čížová*	ZŠ, Horní Lideč	3	–	6	–	4	–	**13**	*85*	**22**
3.	*Marek Dořák*	ZŠ, Horní Lideč	2	–	–	–	5	–	**7**	*80*	**16**
4.	*Michal Petrůj*	ZŠ, Horní Lideč	3	–	–	–	5	–	**8**	*80*	**12**
5.	*Bartoloměj Pecháček*	Církevní G, Plzeň	–	–	–	–	–	–	–	*92*	**11**
6.	*David Mareček*	ZŠ, Horní Lideč	–	–	–	–	7	–	**7**	*88*	**7**
7.	*Radim Maček*	ZŠ, Horní Lideč	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**4**

Kategorie sedmých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	E	C	II	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	3	5	6	9	8	9	**40**	*100*	**79**
1.	*Martin Schmied*	G Jihlava	3	3	6	7	8	9	**36**	*91*	**72**
2.	*Lucka Hosová*	G, Špitálská, Praha	3	5	6	5	3	9	**31**	*78*	**62**
3.	*Vít Gardoň*	G, Komenského, Příbram	3	5	5	0	8	2	**23**	*63*	**50**
4.	*Luboš Gardoň*	G, Komenského, Příbram	3	5	3	0	8	2	**21**	*59*	**47**
5.	*Jindřich Hátle*	ZŠ Amálská, Kladno	3	2	6	1	7	5	**24**	*71*	**46**
6.	*Lucie Vomelová*	G, Špitálská, Praha	3	–	–	–	4	–	**7**	*80*	**40**
7.	*Rudolf Líbal*	G Christiana Dopplera, Praha	3	3	0	3	1	4	**14**	*49*	**39**
8.–9.	*Ondřej Macháč*	ZŠ Mírové náměstí, Hodonín	3	0	2	5	5	4	**19**	*52*	**37**
8.–9.	*Filip Wagner*	G, Tišnov	3	4	6	1	–	5	**19**	*52*	**37**
10.	*Anna Koubová*	G, Špitálská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	*79*	**31**
11.	*Jakub Janků*	G Matyáše Lercha, Brno	–	–	–	–	–	–	–	*94*	**29**
12.	*Jana Sládková*	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	3	3	5	–	–	–	**11**	*87*	**27**
13.	*Michaela Svatošová*	G M. Koperníka, Bílovec	–	–	–	–	–	–	–	*64*	**25**
14.	*Viktor Materna*	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	–	–	–	–	–	–	*77*	**24**
15.	*Oldřich Čihák*	ZŠ Příbram VI - Březové Hory	3	0	–	1	1	1	**6**	*30*	**22**
16.–17.	*Ondřej Brož*	G Christiana Dopplera, Praha	1	0	0	2	1	2	**6**	*25*	**20**
16.–17.	*Martina Petrůjová*	ZŠ Brumov - Bylnice	–	–	–	–	–	–	–	*65*	**20**
18.–19.	*Adam Kolomazník*	ZŠ V Rybníčkách, Praha 10 - Stra	3	0	5	–	–	–	**8**	*61*	**19**
18.–19.	*Vít Kučera*	1. ZŠ TGM Milevsko	3	–	–	–	7	–	**10**	*95*	**19**
20.	*Miroslav Šafář*	ZŠ, Znojmo, Mládeže 3	–	–	–	–	–	–	–	*88*	**15**
21.–22.	*Kateřina Bartošová*	ZŠ Karlovy Vary, Poštovní 33	–	–	–	–	–	–	–	*61*	**14**
21.–22.	*Viktor Rychlík*	ZŠ Tuchlovice	3	–	–	–	–	–	**3**	*78*	**14**
23.–24.	*Marta Stehlíková*	Masarykova ZŠ, Ždánice	2	2	–	–	–	–	**4**	*76*	**13**
23.–24.	*Roman Varfolomiliev*	ZŠ Hornoměcholupská, Praha 10 -	3	0	–	–	–	1	**4**	*27*	**13**
25.	*Sára-Anna Borzová*		–	–	–	–	–	–	–	*73*	**11**
26.–27.	*Jakub Friedrich*	G, Omská, Praha	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**9**
26.–27.	*Stanislava Košáková*	ZŠ Strakonice, Dukelská	–	–	–	–	–	–	–	*75*	**9**
28.	*Linda Šindelářová*	G Jaroslava Seiferta, Praha	3	–	–	–	–	–	**3**	*100*	**7**
29.–30.	*Martin Hyna*	G, Vlašim	3	0	–	–	–	–	**3**	*42*	**5**
29.–30.	*Štěpán Chrástecký*	Biskupské G, Ostrava	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**5**
31.	*Zdravko Načev*	ZŠ Brno - Bystrc	2	–	–	–	–	–	**2**	*67*	**2**

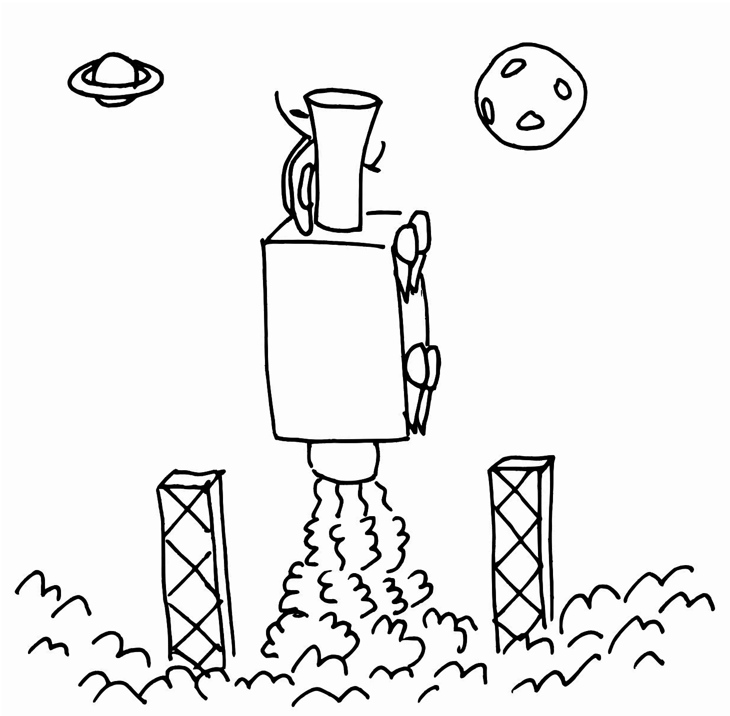
Kategorie osmých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	E	C	II	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	3	5	6	9	8	9	**40**	*100*	**79**
1.	*Kateřina Rosická*	G J. Ortena, Kutná Hora	3	5	6	9	7	9	**39**	*92*	**73**
2.	*Ladislav Trnka*	ZŠ a MŠ B. Reynka, Lípa	3	2	6	7	8	8	**34**	*86*	**68**
3.	*Erik Kočandrle*	G, Plzeň, Mikulášské n. 23	3	5	6	2	6	9	**31**	*84*	**66**
4.	*Michal Matoulek*	Jiráskovo G, Náchod	3	5	6	1	6	7	**28**	*76*	**60**
5.	*Lucie Kundratová*	G, nám. TGM, Zlín	3	5	6	6	5	9	**34**	*75*	**59**
6.	*Josef Minařík*	ZŠ sídl. Osvobození, Vyškov	3	–	2	6	5	6	**22**	*77*	**57**
7.	*Václav Brož*	G Christiana Dopplera, Praha	3	5	6	5	8	–	**27**	*79*	**55**
8.	*Filip Vabroušek*	ZákŠ Komenského I Zlín	2	5	5	3	0	7	**22**	*58*	**46**
9.	*Josef Sabol*	G, Chotěboř	3	0	–	3	8	9	**23**	*69*	**45**
10.	*Jiří Blaha*	G Uherské Hradiště	3	5	6	–	–	4	**18**	*81*	**44**
11.	*Jan Bubeníček*	G B. Němcové, HK	3	5	1	–	6	8	**23**	*74*	**40**
12.	*Jakub Sochor*	G, Blovice	3	–	–	–	–	6	**9**	*86*	**37**
13.	*Luboš Bartík*	G a SOŠZZE Vyškov	3	–	–	–	5	–	**8**	*86*	**36**
14.	*Martin Mráz*	G, Český Krumlov	3	2	0	1	2	7	**15**	*56*	**35**
15.	*Hynek Prát*	ZŠ a MŠ Mikulčice	3	–	–	6	–	–	**9**	*79*	**34**
16.	*Jindřich Dušek*	G Christiana Dopplera, Praha	2	3	2	4	3	2	**16**	*44*	**31**
17.	*Jakub Komárek*	G Uherské Hradiště	3	5	2	–	–	1	**11**	*66*	**25**
18.–19.	*Lucie Hercíková*	G O. Březiny a SOŠ, Telč	3	1	–	–	5	2	**11**	*60*	**24**
18.–19.	*Tomáš Kubíček*	Jiráskovo G, Náchod	2	–	–	–	3	2	**7**	*56*	**24**
20.	*Tomáš Maňásek*	ZŠ Mánesova Otrokovice	–	–	–	–	–	–	–	*68*	**23**
21.–22.	*Michal Jůza*	G, Benešov	–	–	–	–	–	–	–	*71*	**22**
21.–22.	*Tomáš Večeřa*	G, SpgŠ, OA a JŠ Znojmo	3	3	–	–	4	–	**10**	*67*	**22**
23.	*Ludmila Hlávková*	ZŠ Šlapanice	3	–	–	–	–	4	**7**	*78*	**21**
24.	*Lukáš Kristek*	ZŠ náměstí 28. října, Tišnov	3	4	6	1	3	2	**19**	*48*	**19**
25.–26.	*Nikola Bartková*	G, Olomouc – Hejčín	–	–	–	–	–	–	–	*78*	**18**
25.–26.	*Natálie Mikerásková*	Masarykovo G, Příbor	2	0	0	–	3	–	**5**	*40*	**18**
27.	*Andrea Bínová*	G, Česká Lípa	2	1	1	–	3	–	**7**	*33*	**16**
28.–29.	*Klára Heimlichová*	G, SpgŠ, OA a JŠ Znojmo	–	–	–	–	–	–	–	*60*	**15**
28.–29.	*Martin Kliš*	ZŠ, Horní Lideč	3	–	–	–	3	–	**6**	*58*	**15**
30.–32.	*David Hudák*	ZŠ a MŠ Ořechov	–	3	–	–	4	–	**7**	*61*	**14**
30.–32.	*Martin Pernica*	G a ZUŠ, Šlapanice	–	–	–	–	–	–	–	*93*	**14**
30.–32.	*Ivana Vondrušková*	G, Jeseník	–	–	–	–	–	–	–	*61*	**14**
33.	*Hana Stará*	ZŠ a MŠ Zákupy	2	0	0	–	3	3	**8**	*25*	**12**
34.	*Gabriela Ducháčková*	ZŠ, Horní Lideč	2	–	–	–	–	–	**2**	*92*	**11**
35.	*Petr Zápalka*	Masarykovo G, Vsetín	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**9**
36.–40.	*Ondřej Huvar*	Masarykovo G, Příbor	–	–	–	–	–	–	–	*89*	**8**
36.–40.	*Martin Kadlec*	ZŠ JAK, Karlovy vary	3	–	–	–	–	–	**3**	*62*	**8**
36.–40.	*Ondřej Kocourek*	ZŠ, Horní Lideč	3	–	–	–	–	–	**3**	*62*	**8**
36.–40.	*Monika Machalová*	Slovanské G, Olomouc	–	–	–	–	–	–	–	*89*	**8**
36.–40.	*Eliška Rotterová*	G a JŠ, Břeclav	–	–	–	–	–	–	–	*67*	**8**
41.–42.	*Olena Karabanová*	ZŠ Karolíny Světlé, Sadská	2	–	–	–	–	–	**2**	*54*	**7**
41.–42.	*Marek Novosad*	ZŠ, Horní Lideč	3	–	–	–	–	–	**3**	*100*	**7**
43.	*Zbyněk Nečas*	ZŠ a MŠ Znojmo, Pražská 68	3	0	–	–	–	–	**3**	*46*	**6**
44.–46.	*Marek Božoň*	ZŠ, Dělnická, Karviná	2	0	–	–	–	–	**2**	*42*	**5**
44.–46.	*Kristýna Paulusová*	G Cheb	–	–	–	–	–	–	–	*13*	**5**
44.–46.	*David Tyl*	G J. Vrchlického, Klatovy	–	–	–	–	–	–	–	*83*	**5**
47.–48.	*Martin Motejlek*	SG Dr. Randy, Jablonec n. N.	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**4**
47.–48.	*Nela Prokůpková*	ZŠ s RVMPP, Teplice, Buzulucká	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**4**
49.	*Veronika Přikrylová*	G J. Škody, Přerov	–	–	–	–	–	–	–	*60*	**3**
50.	*Adéla Seidelmannová*	ZŠ J. Pravečka, Výprachtice	–	–	–	–	–	–	–	*50*	**2**
51.	*Iva Bublíková*	G Cheb	–	–	–	–	–	–	–	*25*	**1**

Kategorie devátých ročníků

	jméno	škola	1	2	3	4	E	C	II	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	3	5	6	9	8	9	**40**	*100*	**79**
1.	*Jan Preiss*	G, Lovosice	3	5	6	7	8	9	**38**	*95*	**75**
2.	*Vít Beran*	Masarykovo G, Plzeň	3	4	6	2	8	9	**32**	*90*	**71**
3.	*Denisa Chytilová*	G J. Škody, Přerov	3	5	6	5	8	6	**33**	*87*	**69**
4.	*David Němec*	G, Tanvald	3	4	2	8	7	8	**32**	*85*	**67**
5.	*Dominik Starý*	G, Benešov	2	2	6	5	6	9	**30**	*84*	**66**
6.	*Ondřej Knopp*	G, Třeboň	2	4	6	4	5	9	**30**	*80*	**63**
7.–8.	*Tomáš Dvořák*	G, SOŠ, SOU a VOŠ, Hořice	3	5	6	3	7	7	**31**	*77*	**61**
7.–8.	*Jiří Vala*	G, Mikulov	3	5	2	6	7	6	**29**	*77*	**61**
9.	*Radka Janků*	G, Ostrov	3	5	6	–	1	6	**21**	*86*	**60**
10.	*Petr Jakubčík*	PORG, Praha	3	0	2	1	7	–	**13**	*74*	**52**
11.	*Michal Zobaník*	ZŠ Hranice, Tř. 1. máje	3	4	6	–	7	3	**23**	*79*	**49**
12.	*Pavla Trembulaková*	ZŠ Sokolská, Třeboň	3	–	6	1	5	9	**24**	*68*	**46**
13.	*Yan Stepanyshyn*	G, Plzeň, Mikulášské n. 23	3	5	2	–	7	3	**20**	*64*	**41**
14.	*Veronika Venclová*	ZŠ, Nasavrky	3	2	2	–	7	–	**14**	*75*	**40**
15.	*Jan Trejbal*	G Luďka Pika, Plzeň	2	3	6	–	5	5	**21**	*70*	**38**
16.	*Kristýna Bilavčíková*	G, Židlochovice	3	0	–	–	–	9	**12**	*77*	**36**
17.–18.	*Borek Požár*	G Z. Wintra, Rakovník	3	5	–	–	–	–	**8**	*85*	**33**
17.–18.	*Krystyna Waniová*	ZŠ a MŠ Třinec - Staré Město	3	0	2	1	–	9	**15**	*58*	**33**
19.	*David Vagner*	G, Český Krumlov	–	–	–	–	–	–	–	*82*	**32**
20.	*Daniela Hrbáčová*	Wichterlovo G, Ostrava	2	3	–	–	–	–	**5**	*66*	**31**
21.–23.	*Martin Komínek*	G, Slaný	3	0	–	1	–	3	**7**	*53*	**30**
21.–23.	*Alois Medek*	ZŠ a MŠ Čkyně	3	3	–	–	6	–	**12**	*88*	**30**
21.–23.	*Dušan Morbitzer*	G a SOŠZZE Vyškov	–	–	–	–	–	–	–	*77*	**30**
24.	*Jan Prokop*	ZŠ Tyršova, Kuřim	3	0	5	–	–	7	**15**	*70*	**28**
25.–27.	*Adam Dejl*	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	3	0	2	–	7	3	**15**	*59*	**27**
25.–27.	*Jiří Nábělek*	ZŠ a MŠ Chuchelná	–	–	–	–	–	–	–	*87*	**27**
25.–27.	*Martin Repčík*	G, Olomouc – Hejčín	3	0	4	–	–	1	**8**	*59*	**27**
28.	*Ladislav Nagy*	ZŠ a MŠ Brankovice, Tasova, Neso	3	–	–	–	4	–	**7**	*62*	**26**
29.–30.	*Lenka Kočárková*	G a JŠ, Břeclav	3	0	–	–	2	8	**13**	*60*	**25**
29.–30.	*Marek Kostka*	G, Masarykovo nám., Třebíč	–	–	–	–	–	–	–	*81*	**25**
31.–32.	*Pavel Buchlovský*	ZŠ Erbenova, Blansko	3	–	5	–	3	–	**11**	*60*	**24**
31.–32.	*Anna Skalická*	G, Budějovická, Praha	–	–	–	–	–	–	–	*77*	**24**
33.–34.	*Matěj Kafka*	G Jihlava	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**23**
33.–34.	*Mikuláš Plešák*	OPEN GATE Říčany	3	–	6	–	–	–	**9**	*96*	**23**
35.	*Jáchym Baláž*	G Jana Keplera, Praha	–	–	–	–	–	–	–	*71*	**22**
36.	*Jiří Křesák*	ZŠ a ZUŠ Horažďovice	–	–	–	–	–	–	–	*91*	**21**
37.–38.	*Šimon Fouček*	G, SpgŠ, OA a JŠ Znojmo	–	–	–	–	–	–	–	*87*	**20**
37.–38.	*Ondřej Konicar*	ZŠ Bílovice nad Svitavou	–	–	–	–	–	–	–	*65*	**20**
39.	*Mikuláš Mašek*	ZŠ, Znojmo, Mládeže 3	–	–	–	–	–	–	–	*61*	**19**
40.	*Jiří Holek*	ZŠ Letovice	–	–	–	–	–	–	–	*78*	**18**
41.	*Martin Hejl*	1. ZŠ TGM Milevsko	3	–	–	–	–	5	**8**	*81*	**17**
42.	*Pavlína Vodseďálková*	G, Semily	–	–	–	–	–	–	–	*70*	**16**
43.	*Jitka Rounová*	G, Slaný	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**15**
44.	*Daniel Pivoňka*	G, Český Krumlov	–	–	–	–	–	–	–	*93*	**14**
45.–47.	*Bohumil Hora*	Podkrušnohorské G, Most	3	–	–	–	–	–	**3**	*100*	**13**
45.–47.	*Matouš Pikous*	Podještědské G, Liberec	–	–	–	–	–	–	–	*76*	**13**
45.–47.	*Adam Šišpera*	G J. A. Komenského, Uh. Brod	–	–	–	–	–	–	–	*87*	**13**
48.–50.	*Leoš Sáblík*	ZŠ , Rosice	–	–	–	–	–	–	–	*80*	**12**
48.–50.	*Dominik Vrba*	G, Lovosice	–	–	–	–	–	–	–	*60*	**12**
48.–50.	*Jakub Zemek*	G Uherské Hradiště	3	–	–	–	–	–	**3**	*100*	**12**

	jméno	škola	1	2	3	4	E	C	II	%	Σ
	Student Pilný	MFF UK	3	5	6	9	8	9	**40**	*100*	**79**
51.–53.	*Eliška Cejnarová*	G a SOŠ, Jaroměř	–	–	–	–	–	–	–	*73*	**11**
51.–53.	*Richard Fleischhans*	G, Benešov	–	–	–	–	–	–	–	*73*	**11**
51.–53.	*Tomáš Hromada*	ZŠ V. Vančury, Praha	–	–	–	–	–	–	–	*79*	**11**
54.–55.	*Jakub Jíra*	ZŠ U Pošty, Chrast	–	–	–	–	–	–	–	*60*	**9**
54.–55.	*Jan Macháček*	G L. Jaroše, Holešov	–	–	–	–	–	–	–	*100*	**9**
56.	*Ondřej Šrámek*	ZŠ 8. května, Šumperk	–	–	–	–	–	–	–	*55*	**6**
57.	*Petr Bečvář*	ZŠ E. Beneše a MŠ Písek, Mírové	3	–	–	–	–	–	**3**	*100*	**3**



Korespondenční seminář Výfuk
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://vyfuk.fykos.cz`
e-mail: `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

Výfuk je také na Facebooku
http://www.facebook.com/ksvyfuk

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.