Úloha IV.1 ... Magnetky

4 body; průměr 3,46; řešilo 61 studentů

Jarda našel ve skříni pohozené magnety, z nichž každý měl na sobě napsané jiné písmeno. Některé magnety byly ukončené vypuklým plastem tak, že se daly připojit k jiným magnetům pouze jedním pólem. Mohly tedy tvořit jen začátek, nebo konec „magnetického" řetízku. Jarda se rozhodl, že si postaví nejdelší možný řetízek: použije všechny obyčejné, dvoupólové magnety, které ukončí dvěma „jednopólovými" magnety. Kolika různými způsoby dokáže Jarda magnety seřadit, pokud má 3 dvoupólové magnety, 4 magnety pouze se severním pólem a 6 pouze s jižním pólem?

Na začátek je dobré si ještě jednou uvědomit, jak bude řetízek vypadat. Na obou okrajích budou *jednopólové* magnetky a mezi nimi „jádro" tvořené třemi *dvoupólovými* magnety. Označme si je písmeny A, B a C.

Nejprve si tedy vypočítáme, kolik různých jader jsme schopni sestavit. Stačí si uvědomit, že na první pozici může být jeden ze tří magnetů, na druhou pozici k němu můžeme doplnit jeden ze dvou zbývajících a na třetí pozici poslední z nich. Počet možností si poté můžeme vyjádřit jako[1]

$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6\,.$$

Platnost tohoto vztahu si také můžeme ověřit vypsáním všech kombinací:

$$\begin{array}{ccc} A,\ B,\ C & B,\ A,\ C & C,\ A,\ B \\ A,\ C,\ B & B,\ C,\ A & C,\ B,\ A \end{array}$$

Celkem máme tedy 6 možností. Nyní přejdeme na okrajové magnetky. Nejprve na ty se severním pólem (na pořadí ale nezáleží): ke každému jádru můžeme přiřadit 4 magnety, počet možností je tedy

$$6 \cdot 4 = 24\,.$$

To samé platí pro magnetky s jižním pólem – ke každé kombinaci jádra s magnetem se severním pólem můžeme přiřadit 6 magnetů. Celkový počet možností vypočítáme

$$24 \cdot 6 = 144\,.$$

Máme tedy 144 možností, jak magnetický řetízek sestavit.

Jaroslav Janoš
jarda@vyfuk.mff.cuni.cz

[1] Součin všech kladných celých čísel menších nebo rovných n se nazývá tzv. *faktoriál* čísla n: faktoriál značíme symbolem $n!$. V tomto případě platí $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1$.