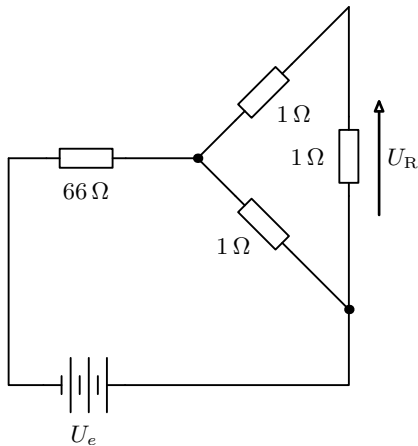


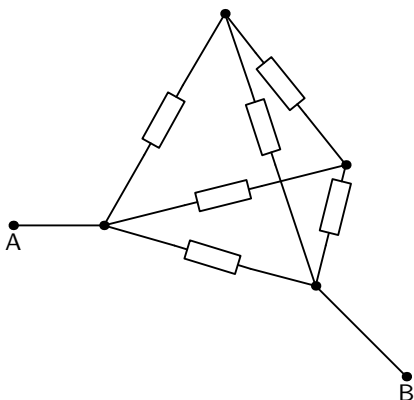
Úloha III.C ... Výpočty elektrických úkolů

9 bodů; (chybí statistiky)

1. Kolik elektronů potřebujeme nechat projít vodičem s průřezem $S = 3 \text{ mm}^2$ za čas $t = 40 \text{ s}$, aby po celý čas tekla vodičem proud o velikosti $I = 2 \text{ A}$?
2. Jaký celkový proud protéká obvodem, jestliže znáte odpor všech rezistorů a napětí na jednom z nich (obr. 1)?
3. Jaký odpor je mezi dvěma vrcholy pravidelného drátěného čtyřstěnu (obr. 2), jestliže každá jeho hrana má odpor R ?



Obr. 1: Letadélkový obvod



Obr. 2: Drátěný čtyřstěn

1. Elektróny

Označme počet hľadaných elektrónov ako N a pozrime sa na vzorec, ktorým je zadefinovaný prúd

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{eN}{t}. \quad (1)$$

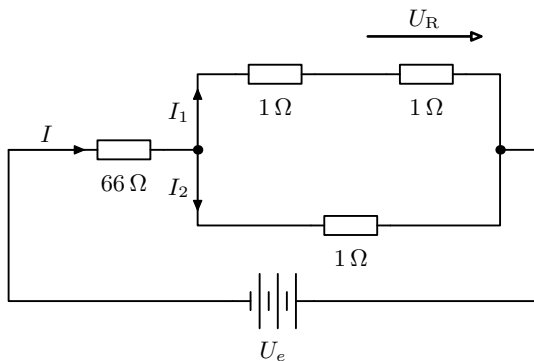
Všimnime si, že celkový náboj Q v (1) sme nahradili výrazom eN , kde e je náboj jedného elektrónu. Tento krok bol úplne oprávnený, pretože celkový náboj tvorí práve N elektrónov, na ktorých počet sa pýtame. Úpravou tejto rovnice ľahko dostávame N

$$N = \frac{It}{e} = \frac{2 \text{ A} \cdot 40 \text{ s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \doteq 5 \cdot 10^{20}.$$

Vidíme, že dokonca ani nezáleží na tom, aký je prierez vodiča.

2. Celkový prúd

Najskôr si obvod prekreslíme do prijateľnejšieho tvaru



Obr. 3: Obvod

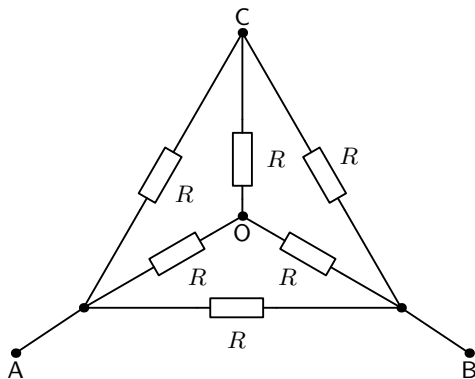
Prúd I_1 prechádza cez rezistor s odporom $R = 1 \Omega$, na ktorom je napätie U_R . Z Ohmovho zákona je jasné, že hodnota tohto prúdu musí byť

$$I_1 = \frac{U_R}{R}.$$

Dolná vetva (ktorou prechádza prúd I_2) je zaujímavá tým, že má celkový odpor polovičný oproti vetve hornej. To ale musí znamenať, že cez ňu musí prechádzať dvakrát taký prúd ako cez hornú vetvu,¹ čiže $I_2 = 2I_1$. Celkový prúd I , ktorý prechádza obvodom, musí byť teda

$$I = I_1 + I_2 = 3 \frac{U_R}{R}.$$

Ak dosadíme za „napätí“ U_R vo voltoch a za odpor R v ohmoch, dostávame prúd v ampéroch.



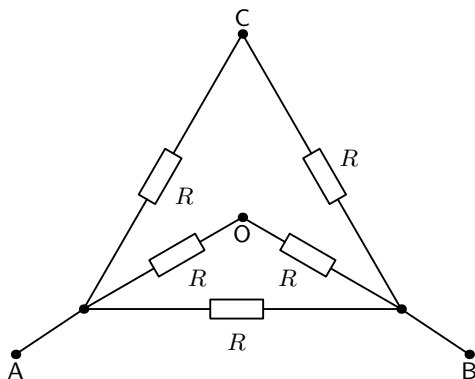
Obr. 4: Pohľad na štvorsten

3. Štvorsten

Vyberme si dva ľubovoľné vrcholy a pozrime sa na náš štvorsten z vtáčieho pohľadu.

Vidíme, že keby sme chceli rezistory roztriediť na paralelne zapojené a sériovo zapojené, tak po krátkom čase by sme prišli k sporu. Klasický spôsob počítania obvodov zlyháva.

Uvedomme si ale inú zaujímavú vec. Štvorstenové zapojenie je symetrické podľa roviny, ktorá prechádza vrcholmi A, B a stredom strany CO.² Tým pádom *nemôžu* byť hodnoty elektrických potenciálov vo vrcholoch C a O rôzne (dobře si rozmyslite). Ak sú teda tieto potenciály totožné, nemôže vodičom a rezistorom medzi bodmi C a O prechádzať prúd. Môžeme ho teda odobrať bez toho, aby sme zmenili fyzikálne vlastnosti zapojenia.³ Po tomto kroku sa nám situácia výrazne zlepšuje.



Obr. 5: Tu už je zrejmé, ktoré rezistory sú zapojené sériovo a ktoré paralelne

¹Je to logický dôsledok toho, že celkové napätia na všetkých vetvách paralelného zapojenia sú rovnaké.

²Ak si to neviete predstaviť, je to tá prirodzená os súmernosti pri pohľade zhora.

³Nie, vzhľad nie je fyzikálna vlastnosť. Ale všetky prúdy a napätia sú – a tie sa nezmenia.

Celkový odpor R_{AB} už spočítáme celkom jednoducho. Na obrázku vidíme tri vetvy. V dvoch sú za sebou radené po dva rezistory. Odpor jednej takejto vetvy bude $R + R = 2R$. V poslednej vetve je odpor jednoducho R . Výsledný odpor R_{AB} vypočítame pomocou vzorca pre paralelné zapojenie. Platí

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R},$$

odkiaľ dostávame hľadanú hodnotu odporu

$$R_{AB} = \frac{R}{2}.$$

Poznámky k došlým řešením

Téměř všichni z vás uvedli jako výsledek $I = 3U_R$, což je ale fyzikální nesmysl. Napětí a proud jsou dvě různé veličiny, proto je nemůžeme porovnávat. Je to stejné, jako kdybyste napsali, že most je dlouhý 30 kg. Z takového tvrzení určitě všichni cítíte, že není úplně v pořádku, stejně tak jako rovnost proudu a napětí. Správně uvedený výsledek byl

$$I = \frac{3U_R}{R},$$

kde $R = 1 \Omega$, případně

$$I = \frac{3U_R}{1 \Omega}.$$

Jakub Bahyl

kubo@vyfuk.mff.cuni.cz

Veronika Dočkalová

verca@vyfuk.mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.