

Úloha II.E ... Neopakovatelný náález

8 bodů; (chybí statistiky)

Tom měl dneska trochu štěstí a na chodníku našel mince o hodnotách 1 Kč a 2 Kč. Chtěl zjistit, z jakého materiálu jsou vyrobeny. Pomůžete mu? Vaším úkolem bude co nej přesněji změřit hustotu jedno a dvoukorunové mince. Určitě se pokuste o odhad nebo i výpočet chyby měření. Naměřené hustoty porovnejte. Jsou mince vyrobeny ze stejného materiálu?

Na úvod, než se pustíme do samotného měření, si povíme trochu teorie a objasníme, co a proč vlastně budeme zkoumat. V této úloze máme zjistit hustotu jednorun a dvoukorun. Jelikož ji ale nemůžeme měřit přímo, využijeme definice: hustota ρ tělesa je definovaná jako poměr hmotnosti m a objemu V tohoto tělesa. Pokusíme se tedy stanovit co nej přesněji hmotnost a objem. Měření těchto dvou veličin jen jedné mince by vedlo k relativně velkým odchylkám od skutečných hodnot, proto pokus provedeme pro větší počet mincí (ideálně 10 – 50 ks) a získaná data následně zprůměrujeme a přepočítáme na jeden vzorek.

Teorii jsme si již objasnili dostatečně a můžeme se tedy pustit do měření: nejprve na vahách určíme hmotnost dvaceti dvoukorun a poté zjistíme jejich objem. Do odměrného válce nalijeme známé množství vody, vhodíme 30 mincí a z rozdílu hladin vody ve válci vypočítáme objem těchto dvoukorun. Měření hmotnosti i objemu provedeme několikrát (v tomto vzorovém řešení jsme vážili desetkrát a objem stanovovali pětkrát), přičemž vždy se jedná o různé vzorky dvoukorun. Nakonec spočítáme průměrné hodnoty a z nich hustotu. Hustotu jednorun zjistíme stejným postupem.

Hodnoty, které jsme naměřili my, můžete vidět v tabulce 1.

Tabulka 1: Naměřené hodnoty

1Kč mince				2Kč mince			
m/g	$\Delta m/g$	V/cm^3	$\Delta V/cm^3$	m/g	$\Delta m/g$	V/cm^3	$\Delta V/cm^3$
3,600	0,002	0,46	0,01	3,700	0,000	0,49	0,01
3,580	0,018	0,48	0,01	3,690	0,010	0,47	0,02
3,600	0,002	0,46	0,01	3,700	0,000	0,50	0,01
3,595	0,005	0,48	0,01	3,695	0,005	0,50	0,01
3,600	0,002	0,47	0,00	3,696	0,004	0,48	0,01
3,603	0,005			3,703	0,003		
3,603	0,005			3,713	0,013		
3,600	0,002			3,700	0,000		
3,598	0,000			3,695	0,005		
3,598	0,000			3,704	0,004		
průměrné hodnoty							
3,598	0,004	0,47	0,01	3,700	0,004	0,49	0,01
	0,1 %		2,1 %		2,2 %		2,3 %

Každý fyzikální experiment a měření je zatíženo chybou, která se odvíjí především od metody měření a od pomůcek. V našem případě jsme použili poměrně přesné analytické váhy a méně přesný odměrný válec, proto u objemu můžeme očekávat větších odchylek.

Nyní si ukážeme, jak určit relativní a absolutní chybu. U každého získaného údaje zjistíme jeho rozdíl od aritmetického průměru (př. rozdíl prvního měření objemu a průměrného objemu dvoukoruny) a absolutní hodnoty těchto rozdílů sečteme a vydělíme počtem měření, čímž spočítáme tzv. absolutní chybu. Relativní odchylku poté určíme tak, že tuto absolutní chybu vydělíme průměrem.¹ Relativní chybu při stanovování hustoty nakonec dostaneme součtem relativních odchylek hmotnosti a objemu. Vynásobením této chyby vypočítanou hustotou získáme absolutní chybu hustoty, která se uvádí u výsledku. Pro naše měření vycházejí tedy následující hodnoty

$$\begin{aligned}\rho_1 &= (7660 \pm 140) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}, \\ \rho_2 &= (7590 \pm 190) \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}.\end{aligned}$$

Na závěr se na internetových stránkách České národní banky² můžeme přesvědčit o přesnosti našeho měření. Jednokoruny i dvoukoruny se vyrábějí z oceli, která je galvanicky pokovená niklem, proto by nám jejich hustoty měly vyjít přibližně stejně. Hustota oceli se pohybuje v rozmezí mezi $7\,500 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a $8\,000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Do tohoto intervalu spadají námi získané hodnoty, proto naše měření bylo celkem přesné.

Lukáš Fusek

lukasf@vyfuk.mff.cuni.cz

Tereza Uhlířová

teri@vyfuk.mff.cuni.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.

¹Na výpočet chyby lze ale použít i komplikovanějších, přesnějších vztahů.

²<http://www.cnb.cz/cs/platidla/mince/>