Úloha V.5 ... Dolů kopcem

8 bodů; průměr 5,35; řešilo 46 studentů

K experimentu budete potřebovat nakloněnou rovinu a kuličku[1]*, kterou budete spouštět dolů rovinou z různých výšek*[2]*. Pak budete měřit rychlost kuličky v ústí nakloněné roviny. Jak? Jednoduše: zařídíte, aby kulička co nejplynuleji prošla na vodorovnou rovinu, kde můžeme předpokládat, že její pohyb je rovnoměrný. Pak změříte čas, za který kulička projede nějakou dráhu. Z toho už rychlost určíte snadno.*

Měření zopakujte pro různé výšky a naměřené hodnoty zakreslete do grafu závislosti druhé mocniny rychlosti v^2 od výšky h. Pokud jste měřili správně, vaše závislost by se měla dát proložit přímkou. Pak určete směrnici *této přímky k.*

Tu zjistíte následovně: vyberete si 2 libovolné, dostatečně vzdálené body na přímce se souřadnicemi $[x_1; y_1]$ a $[x_2; y_2]$. Pak k lze vypočítat jako

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\,.$$

Pro k navíc platí

$$k = \frac{10}{7} g\,.$$

Pomocí tohoto vztahu určete tíhové zrychlení g. Opět nezapomeňte své měření dostatečně popsat. Liší-li se vaše hodnota g vůči tabelované hodnotě $g_{\mathrm{Tab}} = 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, popište, co mohlo odchylku způsobit.

Tradične začnime popisom merania. Najskôr sme si postavili meracie zariadenie, alebo, fyzikálne povedané – aparatúru. Použitá naklonenená rovina musela *plynule* prejsť na rovinu vodorovnú. Tento prechod je dôležitý, lebo bránil spúšťanej guličke poskakovať, čo by naše meranie značne znepresnilo.

Preto použitá aparatúra pozostávala z dvoch laminátových dosiek plávajúcej podlahy,[3] plynulý prechod medzi nimi bol zaistený veľkým počtom rôzne poprehýbaného papiera. Na dosky sme si zaznačili štartovacie čiary vo výškach 5 cm až 25 cm s krokom po 5 cm. Takmer všetci ste prišli na to, že merať pre väčšie výšky nemá zmysel – rýchlosti guličky sú vtedy už tak veľké, že bez použitia elektroniky nevieme rýchlosť zmerať dostatočne presne. Totiž ako zadanie odporúča, rýchlosť sme merali ako podiel dráhy $s = 1{,}26\,\mathrm{m}$, ktorú gulička prejde na vodorovnej rovine za čas t. Na meranie sme použili guličky dve: hopík a ťažkú oceľovú guličku, obe s približne rovnakým priemerom 2,5 cm.

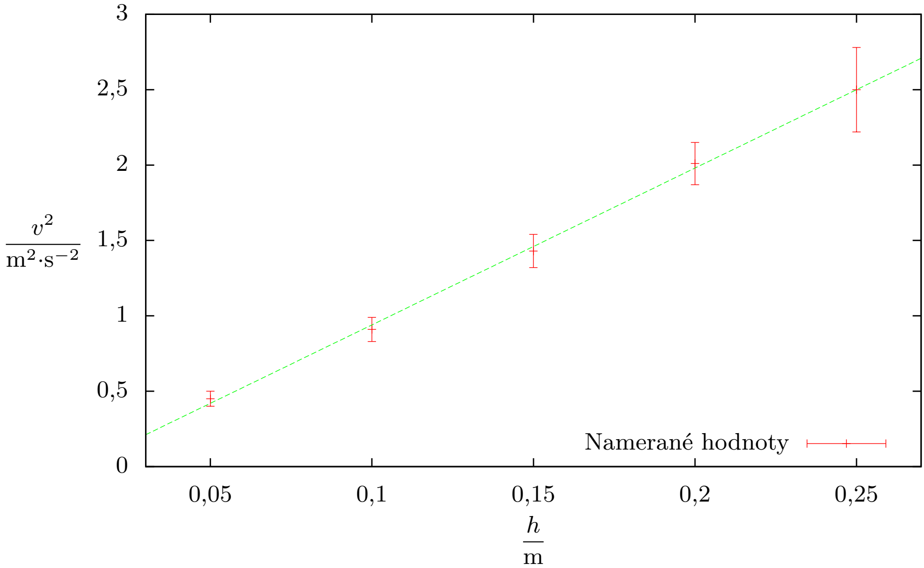
Apratúru máme teda nachystanú. Nebolo by to ale správne fyzikálne meranie, ak by sme sa neboli zamysleli nad chybami merania. Najviac nás samozrejme zaujíma presnosť merania rýchlosti, tak sa na to pozrime prakticky. Dĺžku s sme merali klasickým metrom s dielikom 1 mm. Zato čas sme merali stopkami, ktoré mali ako najmenší dielik 0,01 s. Mohlo by sa zdať, že obe tieto merania sú presné, ale opak je pravdou. Je dobré si zapamätať, že vždy, keď niečo meriame stopkami, do chyby merania musíme tiež započítať *reakčný čas*. To je čas, za ktorý človek spozoruje začiatok alebo koniec pozorovaného javu a stlačí stopky.

[1] Ideální je hopík nebo kulička, která nebude prokluzovat.
[2] Myslíme výšku místa na nakloněné rovině, odkud kuličku spouštíme.
[3] Takéto dosky doma určite nájdete viacerí. Odporúčame si ich ukoristiť, autorovi tohto riešenia už veľakrát poslúžili ...

Svoj reakčný čas si môžete zmerať tak, že vám niekto cudzí[4] pustí do ruky pravítko, a vy sa ho budete snažiť čo najskôr chytiť. Keďže je to pravítko, viete, koľko pravítko prešlo medzi jeho pustením a vašou reakciou. Ak táto dĺžka bola x, potom je váš reakčný čas

$$t_\mathrm{r} = \sqrt{\frac{2x}{g}}\,.$$

Podobnou metódou sme náš reakčný čas odhadli na $t_\mathrm{r} \doteq 0{,}2\,\mathrm{s}$. Ak sa pozrieme na zmerané časy v tabuľke, vidíme, že takáto chyba je naozaj výrazná. V konečnom dôsledku teda nepresnosť merania času je omnoho vyššia ako nepresnosť merania dráhy s.



Obr. 1: Graf závislosti druhej mocniny rýchlosti od výšky

Jednoducho (a správne) môžeme potom relatívnu chybu rýchlosti položiť rovnú relatívnej chybe času

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{\Delta v}{v} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta v = v\,\frac{\Delta t}{t}\,.$$

Vidíme ale, že takto získaná chyba merania je príliš veľká a teda jednej nameranej hodnote nemôžeme príliš dôverovať. Meranie musíme určite opakovať! Pre každú výšku sme merali 10 časov a výsledný čas sme spriemerovali. Chybu, akou je zaťažený tento priemerný čas sme položili rovnú t_r. Aj keď existujú komplikovanejšie, ale presnejšie postupy na výpočet chyby priemeru, tento odhad nám bohato stačí. Vieme totiž, že väčšiu chybu tento priemer mať nemôže.[5]

[4] Pozor, naozaj k tomuto experimentu potrebujete pomocníka!

[5] Na presnejší výpočet sa veľmi dobre dá použiť Excel. Ak by vás zaujímalo, ako sa počítajú chyby presnejšie, odporúčame seriál minulého ročníku (`http://vyfuk.fykos.cz/vyfuk/rocnik1/serie4.pdf`), alebo ísť na tábor, kde si prácu s Excelom vysvetlíme, alebo napísať na mail uvedený na konci riešenia, určite poradíme :-)

Tabulka 1: Namerané hodnoty pre gumenú guličku

h [cm]	h [cm]	h [cm]	h [cm]	h [cm]
5	10	15	20	25
t [s]	t [s]	t [s]	t [s]	t [s]
1,94	1,26	1,10	0,91	0,76
1,73	1,29	1,10	0,88	0,81
2,11	1,38	1,05	0,89	0,74
1,82	1,30	1,08	0,91	0,80
1,83	1,37	1,07	0,88	0,77
1,91	1,26	1,04	0,89	0,76
1,89	1,29	1,05	0,95	0,82
1,82	1,32	1,08	0,88	0,87
1,85	1,38	1, 02	0,88	0,87
1,88	1,39	0,98	0,83	0,80
priemer	priemer	priemer	priemer	priemer
$1{,}88 \pm 0{,}20$	$1{,}32 \pm 0{,}2$	$1{,}06 \pm 0{,}20$	$0{,}89 \pm 0{,}20$	$0{,}80 \pm 0{,}20$
$v\,[\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}]$	$v\,[\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}]$	$v\,[\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}]$	$v\,[\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}]$	$v\,[\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}]$
$0{,}67 \pm 0{,}07$	$0{,}95 \pm 0{,}14$	$1{,}19 \pm 0{,}22$	$1{,}42 \pm 0{,}32$	$1{,}58 \pm 0{,}20$
$v^2\,[\mathrm{m^2{\cdot}s^{-2}}]$	$v^2\,[\mathrm{m^2{\cdot}s^{-2}}]$	$v^2\,[\mathrm{m^2{\cdot}s^{-2}}]$	$v^2\,[\mathrm{m^2{\cdot}s^{-2}}]$	$v^2\,[\mathrm{m^2{\cdot}s^{-2}}]$
$0{,}45 \pm 0{,}07$	$0{,}90 \pm 0{,}14$	$1{,}42 \pm 0{,}22$	$2{,}02 \pm 0{,}32$	$2{,}50 \pm 0{,}20$

Z nameraných hodnôt sme nakreslili graf. Ale nie hocijaký. Graf by mal splňovať nasledovné:

- Vyžadovali sme graf závislosti v^2 na h. To znamená, že na x-ovej osi má byť zanesená výška a na y-ovej osi druhá mocnina rýchlosti, nie naopak! Samozrejme, tento fakt musíme v grafe zapísať tak, že ku každej osi napíšeme, akú veličinu na ňu vynášame.
- Správne zakreslené osi by mali mať správne jednotky. Keďže naším cieľom je z grafu určovať ďalšiu veličinu, výhodné je používať základné jednotky, teda metre pre h a $\mathrm{m^2{\cdot}s^{-2}}$ pre v^2.
- Všimnime si, že sme do grafu zakreslili aj tzv. errorbary. Teda čiary dlhé Δv smerom nad aj pod nameranú hodnotu, ktoré nám popisujú chybu merania. Takto si vieme lepšie predstaviť presnosť nášho merania. Od vás ich určite nebudeme vyžadovať, ale potešilo by nás, ak by ste si trúfli ich niekedy v budúcnosti nakresliť.
- Očakávame, že body sa nám zoradia pekne do priamky. Preto našu závislosť aj priamkou preložíme. Nikdy graf neprekladáme tak, že všetky body spojíme lomenou čiarou.

Ak zmeriame postupom popísaným v zadaní smernice priamok pre dve guličky k_1 a k_2, vieme z nich vypočítať tiažové zrýchlenie ako

$$g = \frac{7}{10}\,k\,.$$

Výsledné hodnoty teda sú postupne pre gumenú a oceľovú guličku

$$g_{\mathrm{gu}} = (6{,}9 \pm 0{,}1)\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}\,,$$
$$g_{\mathrm{oc}} = (7{,}8 \pm 0{,}1)\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}\,.$$

Vidíme, že tiažové zrýchlenie sa od g_{Tab} celkom výrazne líši. Merali sme zle? Vôbec nie. Problém je vo fyzike. A konkrétne v zanedbávaní. V skutočnosti gulička na naklonenej rovine vplyvom trenia vzduchu, trenia o podložku alebo nerovnosťami na meranej dráhe spomaľuje. To znamená, že výsledná rýchlosť, ktorú spočítame, je menšia ako rýchlosť, ktorou gulička opúšťala naklonenú rovinu. No a menšia rýchlosť znamená menšie tiažové zrýchlenie, čo sme naozaj aj dostali. V tejto veci ste sa mnohí zľakli, a vyhlásili ste, že meranie nevyšlo. Život je niekedy krutý a nie každý experiment je vhodný na meranie tej či onej veličiny. V každom prípade, netreba sa takých prípadov báť, práve naopak. Treba sa zamyslieť, prečo to vychádza inak ako by malo, a uvidíte, že dôvod sa rýchlo objaví.

Patrik Švančara
patrik@vyfuk.mff.cuni.cz