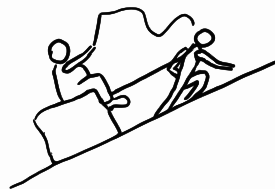


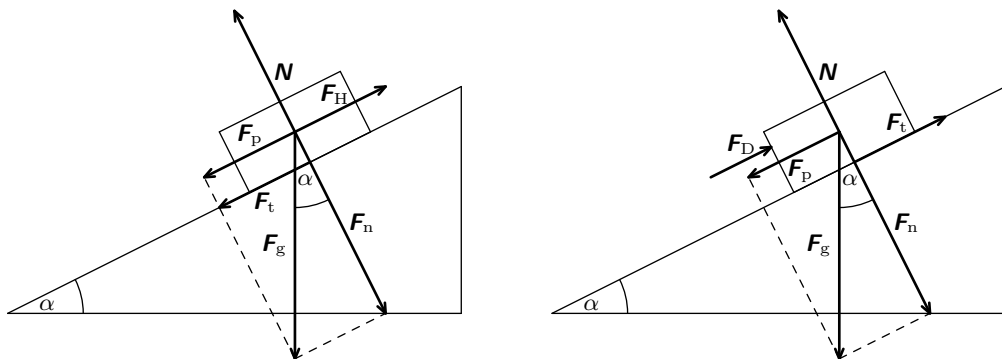
## Úloha V.3 ... Egypťané

4 body; průměr 2,44; řešilo 48 studentů

Při stavbě pyramid v údolí Nilu museli otroci táhnout velké kamenné kvádry s hmotností  $M = 1000 \text{ kg}$  po nakloněných rovinách se sklonem  $30^\circ$ . Minimální síla, kterou musel každý z deseti robotníků vyvinout při táhnutí nahoru, byla  $F_H = 1200 \text{ N}$ . Naopak síla, kterou museli otroci kámen držet, aby jim po rovině neskouzl dolů, byla jenom  $F_D = 900 \text{ N}$ . Z poskytnutých údajů zjistěte koeficient smykového tření  $f$  mezi kamenem a nakloněnou rovinou.



Ze všeho nejdřív je třeba si uvědomit, jaké síly a jakým směrem působí na kvádr. Při pohybu kvádrů nahoru můžeme uvažovat schéma jako na obrázku 1 vlevo a v situaci, kdy otroci kvádr pouze drží na stejném obrázku vpravo. Naklonění roviny jsme označili jako  $\alpha$ . Tíhovou sílu  $F_g = mg$ , která působí kolmo



Obr. 1: Působení sil na kvádr

dolů, jsme si rozložili na dvě navzájem kolmé složky – sílu  $F_p$ , která způsobuje pohyb kvádrů dolů po nakloněné rovině, a tlakovou sílu  $F_n$ , kterou působí kvádr na podložku. Obě tyto síly si můžeme vyjádřit prostřednictvím funkce sinus a kosinus

$$F_p = F_g \sin \alpha = mg \sin \alpha,$$

$$F_n = F_g \cos \alpha = mg \cos \alpha.$$

Dále v dané situaci ještě vystupuje silová reakce nakloněné roviny  $N$  (ze zákona akce a reakce) a konečně třecí síla  $F_t$ , která působí vždy proti směru pohybu. Třecí síla je dána koeficientem tření  $f$  a tlakovou silou podle vztahu

$$F_t = f F_n = f mg \cos \alpha.$$

Nás zajímá působení sil ve směru rovnoběžným s nakloněnou rovinou, tedy síly  $F_p, F_H$  a  $F_t$ . Nyní uvažujme první případ, kdy otroci kvádr táhnou. Protože je otroků deset, všichni dohromady působí silou  $10F_H$ . Proti tomu působí síly  $F_t$  a  $F_p$ , jak lze taky vidět na obrázku. Můžeme si tedy sestavit rovnici

$$10F_H = F_t + F_p.$$

Po dosazení již známých vztahů pro dané síly dostáváme

$$10F_H = fmg \cos \alpha + mg \sin \alpha,$$

z čehož již snadno vyjádříme koeficient  $f$

$$f = \frac{10F_H - mg \sin \alpha}{mg \cos \alpha}.$$

Dosazením číselných hodnot nám vychází

$$f = \frac{10 \cdot 1200 \text{ N} - 1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \sin 30^\circ}{1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \cos 30^\circ} = 0,84.$$

Tímto jsme spočítali koeficient tzv. dynamického smykového tření, které vzniká mezi pohybujícím se tělesem a podložkou, což bylo předmětem této úlohy. Protože ale zadání neupřesňovalo, jaké smykové tření vypočítat, někteří z vás spočítali koeficient tzv. statického smykového tření (neboli klidového tření). Toto statické tření vzniká mezi nepohybujícím se tělesem a podložkou a projeví se hlavně, když chceme uvést těleso z klidu do pohybu. Než se nám podaří těleso rozpohybovat, musíme nejdříve překonat právě toto statické tření, které je větší než dynamické tření. Z toho vyplývá, že koeficient statického tření bývá pro daná tělesa vždy větší než koeficient tření dynamického.

Pokud jej chceme vypočítat, je nutné si opět uvědomit směr působení jednotlivých sil, jak nám ukazuje obrázek vpravo. Otroci kvádr drží celkovou silou  $10F_D$ , v čemž jim pomáhá právě klidová třecí síla  $F_t$ , která v tomto případě působí opět proti snaze pohybu kvádru směrem dolů. Proti tomu působí pouze síla  $F_p$ . Rovnice tentokrát bude

$$10F_D + F_t = F_p$$

a po dosazení

$$10F_D + f_s mg \cos \alpha = mg \sin \alpha.$$

A koeficient  $f_s$  vychází

$$f_s = \frac{mg \sin \alpha - 10F_D}{mg \cos \alpha} = \frac{1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \sin 30^\circ - 10 \cdot 900 \text{ N}}{1000 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \cos 30^\circ} = -0,48.$$

Všimněme si, že koeficient  $f_s$  je fyzikálně špatně, jak si mnozí z vás správně všimli. Může za to bohužel příliš mnoho zadaných hodnot, které vedou k tomuto řešení.

*Veronika Dočkalová*  
verca@vfyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.