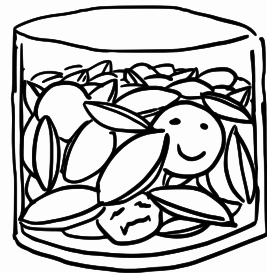


## Úloha IV.E ... Čočka

5 bodů; průměr 2,86; řešilo 56 studentů

Vezměte si sklenici a nasypete do ní čočku. Jak můžete vidět, v čočce jsou vzduchové mezery. Změřte, jakou část objemu sklenice tvoří tyto mezery. Měření opakujte i pro krystalový cukr. Jako obvykle, pořádně popište, jak jste měření provedli, a nezapomeňte ho vícekrát opakovat.



Začneme postrehom: veľa z vás stále nemá istotu v tom, aké časti by mala správna experimentálna úloha mať. Preto je toto riešenie pekne rozdelené na všetky dôležité časti a dokonca sú jednotlivé časti oddelené nadpismi.

*Popis experimentu*

Prvý krok bola voľba nádoby. My sme si zvolili sklenici s objemom 150 ml. Nasypali sme do nej čočku.<sup>1</sup>

Teraz prichádza to dôležité – chceme ju niečím zaliať, otázne je ale, čím! Drvivá väčšina z vás použila vodu. Lenže čočka rada vodu nasáva, čiže merali by sme nepresne. Ešte horšie je použitie vody pre cukor, ktorý je vo vode rozpustný,<sup>2</sup> čím by sme si v podstate ničili meraný materiál. Musíme nájsť kvapalinu, ktorá nereaguje ani s čočkou, ani s cukrom. Vyskúšajme olej! Vyskúšali sme ho tak, že sme zaliali nejaké množstvo cukru a čočky olejom, zaznačili sme si hladinu a nechali sme to na noc postáť. Ráno sme sa mohli presvedčiť, že hladina sa nezmenila, a teda olej je naozaj vhodný na meranie.

Keď sme našli správnu nádobu a správnu kvapalinu, mohli sme sa pustiť do merania. Injekčnou striekačkou sme prilievali do čočky olej. Keďže naša sklenica je priesvitná, jasne sme mohli vidieť pokiaľ siaha olej, teda vedeli sme presne určiť, kedy sú olejom vyplnené všetky medzery. Meranie sme opakovali 5-krát.

To isté sme sa pokúsili urobiť aj s cukrom. Problém nastal vtedy, keď olej začal protestovať, a medzery vyplňal veľmi pomaly. Navyiac, v nádobe zostali uväznené vzduchové bubliny, ktoré nám meranie značne znepresnili – chybu odhadujeme na asi 10%. Preto s týmto meraním nie sme spokojní a opakujeme ho iba 2-krát pre získanie predstavy.

Musíme použiť iný postup, ktorý je omnoho presnejší. Cukor si vieme predsa odvážiť. A zároveň si vieme nájsť jeho hustotu: podľa wikipédie  $\rho = 1,587 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ . Podľa vzorčeku

$$V = \frac{m}{\rho}$$

vieme jednoducho vypočítať, aký objem by mal samotný cukor bez medzier. Rozdiel medzi vypočítaným objemom a spomínanými 150 ml bude práve objem vzduchových medzier. Toto meranie sme opakovali 5-krát.

Nakoniec sme namerané objemy a hmotnosti spriemerovali a vypočítali sme pomer objemu medzier k objemu nádoby. To preto, lebo toto číslo nám toho povie omnoho viac. Z jednej časti preto, lebo podobný pomer by mal vyjsť všetkým, a z druhej časti preto, lebo si budeme vedieť lepšie predstaviť, ako veľké sú vlastne tie medzery. Keďže túto časť však zadanie jasne nežiadalo, body sme za to nestáhali.

<sup>1</sup> Aj keď správne po slovensky sa povie šošovica.

<sup>2</sup> Podľa anglickej wikipédie je rozpustnosť cukru až  $2 \text{ kg}\cdot\text{l}^{-1}$ .

Tabulka 1: Namerané hodnoty pre čočku a cukor.

metóda	jednotka	1	2	3	4	5	priemer	pomer
čočka a olej	[ml]	56	58	61	56	57	57,6	38,4 %
cukor a olej	[ml]	60	62				61,0	40,7 %
váženie cukru	[g]	136	134	130	134	134	134	
objem cukru	[ml]						84,2	
objem vzduchu	[ml]						65,8	43,9 %

### Chyby merania

Časť, na ktorú ste veľmi často zabúdali, je odhad chyby merania. Táto časť je naozaj dôležitá – meranie bez uvedenej chyby nemá veľkú hodnotu, pretože nevieme, ako veľmi mu môžeme dôverovať. Objem sme merali striekačkou s dielikom 1 ml, hmotnosť sme merali na váhach s presnosťou 1 g. Preto je relatívna chyba:<sup>3</sup>

- merania objemu sklenice po zaokrúhlení 1 %,
- merania objemu oleja pre čočku približne 2 %,
- merania objemu oleja pre cukor nami odhadnutá na 10 %,
- a chyba váženia cukru asi 1 %.

Platí, že ak delíme 2 namerané hodnoty, relatívnu chybu výsledku získame ako súčet relatívnych chýb tých dvoch hodnôt.<sup>4</sup> Pomer vzduchových medzier čočky sme získali vydelením objemu oleja objemom sklenice. Preto je relatívna chyba tohto pomeru  $2\% + 1\% = 3\% = 0,03$ . Absolútnu chybu vypočítame tak, že vynásobíme touto chybou výslednú hodnotu, teda

$$\Delta = 0,03 \cdot 38,4\% = 1,2\%.$$

Pomer vzduchových medzier v čočke sme teda zmerali ako  $(38,4 \pm 1,2)\%$ . Rovnakým postupom vypočítame chyby zvyšných dvoch meraní. To však prenechávame vám, aby ste si to vyskúšali. Výsledky si môžete skontrolovať na konci vzoráku.

### Diskusia

Ako môžeme vidieť, medzery v cukre sú dokonca väčšie ako tie v čočke, aj keď na prvý pohľad by sa nám zdal presný opak. Príčina je geometrická – jednotlivé zrná čočky sú v hrubom priblížení polgule, ktoré sú na seba nahádzané približne náhodne. Ale ako sme sa mohli presvedčiť pri experimente, skoro všetky sa sypaním poukladali do vrstiev, čím voľný priestor celkom efektívne vyplnili. U cukru usporiadanie veľmi nevidíme, ale vieme, že tvorí približne kockové kryštáliky. Ak by boli všetky rovnaké a múdre, vedeli by sa poukladať tak, aby medzi nimi nebolo žiadne voľné miesto – tieto dve vlastnosti však cukor nespĺňa. Kryštáliky sú nerovnako veľké a hlúpe. Pri sypaní sa neuložia pekne pravouhlo, ale rôzne uhlopriečne, čím vytvoria na prvý pohľad síce malé medzery, ale zato je ich veľmi veľký počet. Navyiac, tvar kryštálikov spôsobí, že sa hneď do seba „zaseknú“ a nezaujmu usporiadanie s menšími medzermi, aj keď by možno chceli. . .

<sup>3</sup>Relatívna chyba je pomer chyby (u nás 1 ml alebo 1 g) a nameranej hodnoty.

<sup>4</sup>Existujú aj komplikovanejšie metódy zisťovania chyby, ale táto je pre nás úplne postačujúca.

### Záver

Namerané hodnoty (aj s vypočítanou chybou) sú pre čočku

$$(38,4 \pm 1,2) \%$$

a pre cukor dvomi rôznymi metódami

$$(40,7 \pm 4,5) \%$$

$$(43,9 \pm 0,9) \%$$

### Poučenie

Keď robíme nejaký experiment, najdôležitejšie je sa nad ním najskôr zamyslieť. Či je nami zvolená metóda vôbec možná, či je jednoducho zrealizovateľná, alebo či neexistujú jednoduchšie a presnejšie postupy. Lebo nie je nič horšie, ako sa hodiny trápiť s nejakým meraním a neskôr zistiť, že to išlo aj jednoduchšie.

Ďalšia vec je správny odhad chyby. Ak pri experimente pozorujeme, že sa nám cukor rozpúšťal alebo čočka boptnala, treba to v riešení *spomenúť*. Ak to spomeniete, nie je to zlé, práve naopak. Okrem toho, že to spomeniete, by ste sa však mali nad týmto efektom aj zamyslieť, teda odhadnúť, či to do merania vnieslo podstatnú alebo zanedbateľnú chybu. Najideálnejšie by bolo tú chybu odhadnúť aj číselne.

Úplne nakoniec sa ospravedlňujeme všetkým, ktorí museli mať čočku k obedu :-).

*Patrik Švančara*  
patrik@fykos.cz

---

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.