Úloha IV.3 . . . Střela II.

4 body; průměr 2,00; řešilo 38 studentů

Minule jsme si ukazovali, jak za pomoci tajů kinematiky a rotujících kotoučů určit rychlost letícího broku ze vzduchovky. Nyní si ukážeme obdobný experiment, avšak upotřebíme polystyrenového kyvadla, které zavěsíme na tenké lanko ke stropu a do něhož následně vypálíme brok. Kyvadlo se po dopadu střely vychýlí z rovnovážné polohy horizontálně o 9 cm. Určete rychlost letící střely před nárazem do kyvadla. Hmotnost střely je 0,5 g, hmotnost kyvadla 625 g, délka lanka 3,8 m, naměřená výchylka 9 cm. ***Pozor****, kulka po vniku do polystyrenu přemění většinu své energie na teplo!*

Jelikož se jedná o nepružnou srážku, nemůžeme použít zákon zachování mechanické energie – jak je napsáno v zadání, většina energie se při nárazu přemění na teplo. Od zákonů zachování ovšem utíkat nebudeme a využijeme ten o hybnosti. Brok se pohybuje rychlostí v_b, kyvadlo je před nárazem v klidu – jeho hybnost je nulová. Při nárazu brok uvízne v kyvadle a dále se pohybují *spolu* rychlostí v. Celková hybnost soustavy před nárazem musí být stejná jako celková hybnost po nárazu

$$m_\mathrm{b} v_\mathrm{b} + m_\mathrm{k} v_\mathrm{k} = (m_\mathrm{b} + m_\mathrm{k})\, v\,.$$

Rychlost broku před nárazem pak lze vyjádřit jako

$$v_\mathrm{b} = \frac{m_\mathrm{b} + m_\mathrm{k}}{m_\mathrm{b}}\, v\,.$$

Po nárazu má soustava maximální rychlost v a vychýlí se horizontálně o 9 cm, kdy má maximální potenciální energii. V zákonu zachování energie, resp. pro výpočet potenciální energie, ovšem potřebujeme znát, jakou má v daném okamžiku vertikální výchylku – výškový rozdíl h, což určíme jednoduše pomocí Pythagorovy věty[1]

$$h = l - \sqrt{l^2 - d^2}\,.$$

Ze zákona zachování energie teď můžeme určit rychlost soustavy po nárazu

$$\frac{1}{2}\,(m_\mathrm{b} + m_\mathrm{k})\, v^2 = (m_\mathrm{b} + m_\mathrm{k})\, gh\,,$$

$$v = \sqrt{2gh}\,.$$

Po dosazení dostaneme hledaný vztah

$$v_\mathrm{k} = \frac{m_\mathrm{b} + m_\mathrm{k}}{m_\mathrm{b}} \sqrt{2g\left(l - \sqrt{l^2 - d^2}\right)}\,,$$

$$v_\mathrm{k} = \frac{0{,}000\,5\,\mathrm{kg} + 0{,}625\,\mathrm{kg}}{0{,}625\,\mathrm{kg}} \sqrt{2 \cdot 9{,}81\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}} \left(3{,}8\,\mathrm{m} - \sqrt{(3{,}8\,\mathrm{m})^2 - (0{,}09\,\mathrm{m})^2}\right)}\,,$$

$$v_\mathrm{k} \doteq 181\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

[1] Nakreslete si obrázek.

Můžeme si ověřit, že výsledek se shoduje s výsledkem čtvrté úlohy minulé série a navíc, je to reálná hodnota pro vzduchovkové projektily.

Lukáš Fusek
`lukasf@fykos.cz`