

Úloha IV.2 ... (Te)tris

2 body; průměr 1,25; řešilo 87 studentů

Zjistěte, kde se nachází těžiště kostky v tvaru písmene **L** složené ze tří stejných čtverců. Jeden čtverec má délku strany a .

Nejdříve je třeba si ujasnit, co po nás zadání vlastně vyžaduje, protože spousta z vás zmátlo. Kostkou se opravdu myslí plošný útvar, i v legu najdete ploché kostičky. Úkolem tedy bylo určit, kde se nachází těžiště plošného obrazce tvaru **L** složeného ze 3 stejných čtverců. K výsledku můžeme dospět několika cestami.

Převedení na těžiště trojúhelníku

Každý čtverec můžeme nahradit hmotným bodem, který bude mít stejnou hmotnost jako čtverec a bude umístěn v těžišti čtverce, tj. v průsečíku jeho úhlopříček. Tyto body budou představovat vrcholy pravoúhlého rovnoramenného trojúhelníku. Tímto jsme náš zadaný úkol zjednodušili na problém nalezení těžiště trojúhelníku, což již není nic těžkého. Těžiště trojúhelníku se nachází v průsečíku jeho těžnic – úseček spojujících vrchol se středem protilehlé strany. Nyní nám zbývá vypočítat, kde se bude těžiště nacházet. Těžiště dělí těžnici na dva úseky v poměru 2 : 1, kde delší část se nachází u vrcholu. Z obrázku 1 vyplývá, že délka těžnice je polovina délky úhlopříčky u , kterou vypočítáme z Pythagorovy věty

$$u = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a.$$

Délka těžnice tedy bude $a\sqrt{2}/2$ a délka úsečky $|S_2T|$ bude

$$|S_2T| = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a = \frac{\sqrt{2}}{3}a.$$

Poloha těžiště je tak jednoznačně určena úhlopříčkou u a vzdáleností $a\sqrt{2}/3$ od středu S_2 , případně vzdáleností

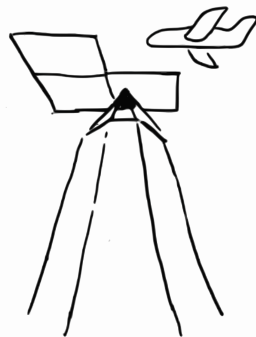
$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}a = \frac{5}{6}\sqrt{2}a$$

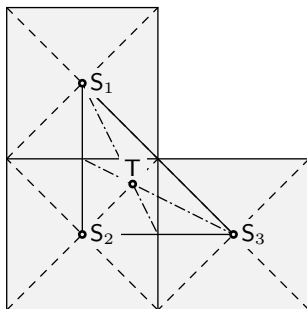
od bodu A. Ještě lépe můžeme určit souřadnice těžiště v souřadnicové soustavě s počátkem v bodě A. Vzhledem k tomu, že se těžiště nachází v $5/6$ délky úhlopříčky, jeho kolmý průmět na obě strany čtverce se bude nacházet v $5a/6$. Souřadnice těžiště tedy jsou

$$T = \left[\frac{5}{6}a; \frac{5}{6}a \right].$$

Využití momentu síly

V druhém způsobu využijeme momentu síly jako na obrázku 2. Představme si, že je náš útvar rozdělen na dvě části – obdélník a čtverec a necht' na obě části působí tíhová síla. Na obdélník působí tíhová síla $F_1 = 2mg$ s působištěm v bodě P a na čtverec síla $F_2 = mg$ s působištěm



Obr. 1: Převedení na trojúhelník $S_1S_2S_3$

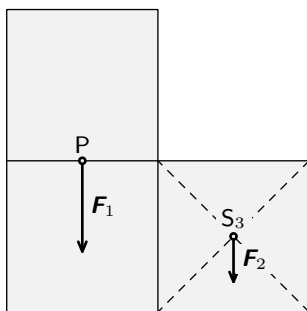
v bodě S_3 . V rovnovážné poloze musí platit, že součet momentu síly F_1 a F_2 vůči bodu A je roven momentu celkové tíhové síly $F = 3mg$, jejíž působíště je právě v těžišti

$$F_1 \frac{a}{2} + F_2 \frac{3}{2}a = F x_T.$$

Po dosazení a úpravách již z této rovnice snadno vyjádříme x -ovou souřadnici těžiště

$$x_T = \frac{5}{6}a.$$

Vzhledem k symetrii útvaru je y -ová souřadnice stejná a docházíme ke stejnému výsledku jako při počítání prvním způsobem.



Obr. 2: Momenty síly působící na dvě části útvaru

Veronika Dočkalová
verca@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported. Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.