

Zadání II. série



Termín uploadu: 27. 11. 2012 20.00
Termín odeslání: 26. 11. 2012

Úloha II.1 ... Von Dresden nach Wien

3 body

Centra měst Drážďan a Vídně jsou od sebe vzdálena zhruba $d = 370$ km vzdušnou čarou po Zemi. O co kratší by byla vzdálenost mezi nimi, pokud bychom mohli jít přímým tunelem skrz Zemi? Zanedbejte rozdíl nadmořských výšek, ve kterých jsou města položena. Na závěr můžete srovnat i délku cesty, kterou byste mezi městy jeli autem.



Nápověda Aby byla tato úloha jednoduchá, je zde nápověda. Goniometrické funkce můžeme pro malé úhly aproximovat (tedy přiblížit) jako

$$\sin \alpha \approx \alpha - \frac{\alpha^3}{6},$$

$$\cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2},$$

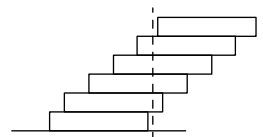
$$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha + \frac{\alpha^3}{3},$$

kde úhel dosazujeme v radiánech. Toho můžeme využít pro vyjádření neznámé v rovnici, kde vystupuje jak samotný úhel, tak i obsažený v nějaké goniometrické funkci.

Úloha II.2 ... Zítřka se začnu učit

3 body

Během minulého zkouškového období sledal matfyzák Pepa, že už na stole nemá dostatek místa, a tak se rozhodl, že si pracovní místo přeorganizuje. Jako nejvhodnější se mu zdálo přesunout knihu Diferenciální počet I mimo stůl, ale tak, aby tato kniha byla stále v dosahu.

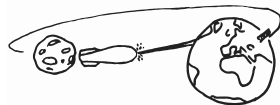


Ovšem ani nejbližší skříňka nebyla dostatečně blízko, aby na knihu dosáhl. Seshíral proto po pokoji všechny nepotřebné učebnice a vyskládal z nich na skříňku sloupec knih tak, že každou další knihu vysunul o kousek blíže stolu než tu předchozí, ale zároveň ne moc, aby se sloup knih nezřítíl. Kniha poskládal tak, že pod vrchním Diferenciálním počtem I nebyl ani kousek nejspodnější knihy. Na takto odsunutou knihu už Pepa v pohodě dosáhl. Kolik nejméně knih je potřeba, aby se dala taková věž z knih postavit, pokud mají všechny použité knihy stejné rozměry (a hmotnosti)?

Úloha II.3 ... Raketa Vítěz

3 body

Předpokládáme, že raketa Vítěz letí k Zemi po přímce, která spojuje středy Země a Měsíce. Zjistěte, v jaké vzdálenosti od povrchu Země se nachází bod, kde gravitační síla Země působící na raketu bude vyrovnána gravitační silou Měsíce.



Hmotnost Země je $5,97 \cdot 10^{24}$ kg a hmotnost Měsíce je $7,35 \cdot 10^{22}$ kg.

Úloha II.4 ... Kontrola rychlosti

5 bodů

Aby pozorovatel zjistil rychlost rakety Vítěz, střílel do rakety světelným paprskem o vlnové délce 510 nm. K pozorovateli se vrátil světelný paprsek o vlnové délce o 0,21 nm kratší než původní vlnová délka.

Zjistěte rychlost rakety, víte-li, že rychlost světla je $3 \cdot 10^8$ m·s⁻¹.

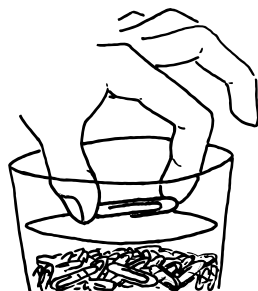
Úloha II.E ... Ředím, řediš, ředíme.

4 body

Se zadáním jste dostali 2 kovové kancelářské sponky. Pokud budete dostatečně šikovní, pak položíte kovovou sponku na hladinu čisté vody tak, aby na ní plavala.

Když ale do vody přidáte trochu mýdla, tak tento úkol už není tak jednoduchý.

Při jaké koncentraci mýdla sponka „dobrovolně“ klesne na dno? Nezapomeňte měření zopakovat vícekrát a popsat chybu měření!



Úloha II.C ... Seriálová

4 body

- a) Vypočtete vektory \mathbf{a} , \mathbf{b} sečtením a odečtením vektorů $\mathbf{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ a určete velikost úhlu, který svírají vektory \mathbf{a} , \mathbf{b} .
- b) Ke každému vektoru z předchozí úlohy najděte kolmý vektor. Jaký by byl vektor kolmý zároveň k oběma vektorům $\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\mathbf{f} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$?
- c) Určete obsah trojúhelníku, jehož dvě strany jsou vektory \mathbf{e} a \mathbf{f} .

Poznámka Text seriálu naleznete na našem webu.



FYKOS – Výfuk
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: <http://vyfuk.fykos.cz>
e-mail: vyfuk@fykos.cz

Výfuk je také na Facebooku 
<http://www.facebook.com/ksvyfuk>

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.