VÝFUK

VÝpočty Fyzikálních ÚKolů – kores. sem. MFF UK pro ZŠ ročník II číslo 1/7

Milí přátelé,
do rukou dostáváte brožurku první série druhého ročníku korespondenčního semináře z fyziky pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Celkem v šesti sériích se vám snažíme přiblížit zajímavé fyzikální problémy formou korespondenční soutěže. V následujícím textu se dozvíte, jak taková soutěž probíhá, co můžete čekat a proč se vyplatí (začít) řešit Výfuk. Dále v této brožurce najdete zadání první série a seriálový text o fyzikálních jednotkách.

Těšíme se na vaše řešení! ***Organizátoři***

Jak se stát řešitelem

Do soutěže se může zapojit kterýkoliv žák šesté až deváté třídy základní školy nebo odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Stačí poslat řešení aspoň jedné úlohy z některé série. Spolu s nimi nám pošlete své kontaktní údaje (jméno a příjmení, adresu, školu, třídu a e-mailovou adresu).

Průběh soutěže

Šestkrát během školního roku vám pošleme sérii úloh. Na jejich vypracování budete mít přibližně pět týdnů. Do termínu, který bude uveden u zadání, nám je můžete posílat poštou na níže uvedenou adresu nebo přes internet (termín pro zasílání přes internet je zpravidla o kousek později).

Po termínu odeslání zveřejníme na internetu správná řešení a přibližně do dvou týdnů potom vám je pošleme i domů na udanou adresu. Spolu s nimi vám pošleme i opravené úlohy s komentáři k vašim řešením.

Co z toho budete mít

Nejlepší řešitelé získají (kromě dobrého pocitu) **zajímavé věcné ceny** (knížky, stolní hry, trička semináře a podobně), které si vyberou z předem určené množiny. Přednost ve výběru budou mít ti, kteří se umístí výše v pořadí (v rámci kategorie).

Dále se můžete těšit na **tábor Výfuku** na jaře či v létě, kde se setkáte s vrstevníky s podobnými zájmy a užijete si s nimi kromě fyziky i spoustu zábavy; pravděpodobně se uskuteční ještě nějaké kratší setkání v zimě.

Hodnocení úloh

Za řešení každé z úloh můžete dostat zpravidla tolik bodů, kolik je uvedeno v zadání úlohy. Pokud vaše řešení bude zvlášť pěkné, můžete být odměněni i nějakým bodem navíc. Z celkových součtů za série se vytváří pořadí po jednotlivých ročnících zvlášť. Pořadí najdete nejdříve na internetových stránkách přibližně dva týdny po termínu odeslání série. Poštou domů vám dorazí spolu se zadáním dalších úloh.

Seriál

Seriál na pokračování je soubor vysvětlujících textů, jež by vám mohly přiblížit zatím neznámé oblasti matematiky nebo fyziky. Součástí seriálu je seriálová úloha, která je zaměřená zejména na procvičení vysvětlovaného tématu. Text aktuální kapitoly seriálu naleznete na konci této brožurky.

Jak vymyslet řešení

Jak vyřešit každou úlohu na plný počet bodů, vám asi neporadíme, ale můžeme dát několik rad, jež by vám mohly pomoci:

Přečtěte si pořádně zadání. Zní to zvláštně, ale často se stává, že čtenář přehlédne nějakou podmínku, která řešení zjednodušuje, nebo zapomene klidně i na půlku otázek.

Ujasněte si, co víte. V zadání je většinou uvedeno to, co stačí k vyřešení úlohy, ale není to samozřejmostí. Většinu hodnot, které k němu potřebujete, najdete v zadání. Občas ale budete muset něco rozumně odhadnout (třeba hmotnost člověka) nebo najít na internetu (rozchod kolejí na železnici).

Uvědomte si, co chcete vypočítat. K vyřešení úlohy nemusí stačit pouze dosadit do vzorečku, obvykle musíte provést několik mezikroků.

Kreslete si obrázky. Někdo si to umí představit, ale do druhého dne se mu to vykouří z hlavy a musí začít znova. Navíc se o nakresleném lépe přemýšlí.

Používejte tabulky a učebnice. Pokud vám chybí nějaký vztah nebo výpočet, pravděpodobně ho tam najdete. Nebojte se nahlédnout do kapitol, které jste ještě nebrali. Nerozumíte-li nějakému pojmu v zadání, zkuste si ho najít v učebnici nebo na internetu.

V letošním ročníku navíc uvádíme malou nápovědu v podobě **klíčových pojmů** uvedených před zadáním úloh. Každý z těchto pojmů se vztahuje k některé úloze v sérii. Nebudete-li si vědět s některou z úloh rady, ujistěte se, zda znáte všechny klíčové pojmy. Pokud ne, vyhledejte si daný pojem třeba na internetu a něco si o něm přečtěte, třeba vás pak již napadne, jak úlohu řešit.

Co když není úloha na počítání?

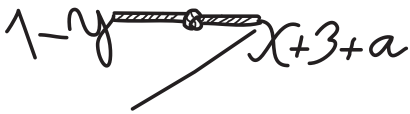
Zkuste experimentovat. Někdy je dobré vyzkoušet si, zda popsaný jev vůbec nastane. A co musíme udělat, abychom se dobrali správného výsledku.

Hledejte podobné věci. Někdy se zadání úlohy může dát převyprávět jinými slovy tak, že jde o jev, který dobře znáte a umíte vysvětlit.

Jak poznat, že výsledek může být správně?

Zkontrolujte si jednotky a nevynechávejte je v žádném kroku výpočtu. Vyjde-li vám rychlost v kilogramech, bude pravděpodobně něco špatně (více o počítání s jednotkami se dozvíte v seriálovém textu na konci této brožurky).

Zamyslete se nad tím, zda má řešení smysl. Pokud se ptáme na rychlost, kterou musí běžet Tonda na nákup, aby zároveň stihl tramvaj, asi to nebude 200 km/h.



Jak řešení napsat

Každou úlohu vypracujte na zvláštní list papíru A4. Spotřebujete-li na jednu úlohu víc listů, sešijte je dohromady. Každý list na horní straně podepište a označte číslem série a úlohy. Pokud je řešení delší než jeden list, každý označte jeho pořadovým číslem a celkovým počtem listů.

Posíláte-li řešení elektronicky, platí stejná pravidla. Zvlášť nezapomeňte podepsat každý list a oddělovat jednotlivé úlohy od sebe, pokud je posíláte v jednom souboru.

Ideální hlavička řešení vypadá takto:

Viktor Ježek, G Brno, tř. Kpt. Jaroše 14	1. série, 3. úloha (1. strana ze 3)

Pokud píšete řešení na počítači, můžete pro pohodlnější a hezčí sázení rovnic použít návod na našem webu[1], případně se poučit o svobodném softwaru v dalším textu[2].

Řešení pište tak, abychom z něj byli schopní poznat směr vašich úvah. To znamená, že nemáte šetřit komentáři a vysvětleními. Samozřejmě nemusíte komentovat každé roznásobení závorky. Povede-li se vám nějaká početní chyba, není to žádná tragédie, i když to neradi vidíme. To, co chceme, abyste tam napsali, jsou úvahy a souvislosti, které jste si při řešení uvědomili, nebo to, co podle vás vede k výsledku a proč je správný.

Snažte se při úpravách počítat co nejdéle „s písmenky“. Číselné hodnoty dosazujte až nakonec. Výsledek rozumně zaokrouhlete.

Každé řešení by mělo obsahovat jasný závěr, v němž bude shrnuto, co jste vymysleli, nebo bude obsahovat výsledek výpočtů nebo experimentu.

Ale nezapomeňte, že plný počet bodů ze všech sérií má málokdo, takže má smysl poslat i úlohu, kterou si nejste úplně jistí, nebo jste si všimli jen několika věcí a zatím si je neumíte dát do souvislosti. Ve vzorovém řešení se dozvíte zbytek.

[1] `http://fykos.cz/ulohy/elektronicka-reseni`
[2] `http://vyfuk.fykos.cz/jak-psat-reseni/elektronicka`

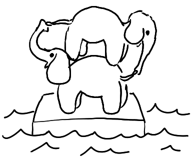
Zadání I. série

Termín uploadu: 16. října 2012 20.00
Termín odeslání: 15. října 2012

Klíčové pojmy: stavba atomu, nukleonové a protonové číslo, vztlaková síla.

Úloha I.1 ... Cyklistická — 2 body

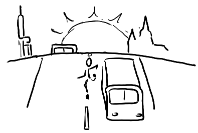
Vypočítejte, jakou rychlostí jede cyklista, když se jeho kolo o průměru 26 palců otočí desetkrát za sekundu. Výsledek uveďte v základních jednotkách SI.



Úloha I.2 ... Noemova krychle — 4 body

Mějme krychli o hraně $10\,\mathrm{m}$ vyrobenou ze dřeva o hustotě $850\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$. Krychle plove na vodě. Jaká část krychle vyčnívá nad hladinu? Jak se změní výška vyčnívající části, vstoupí-li na krychli slon o hmotnosti $1\,\mathrm{t}$? Kolik nejvýše slonů může být na krychli, aniž by se celá ponořila?

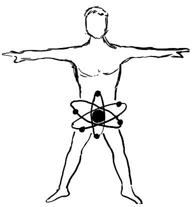
Úloha I.3 ... MHD v Olomouci — 4 body



Franta si vyrazil na výlet do Olomouce. Přijel na hlavní nádraží, a protože neměl drobné, šel do města pěšky.

Po cestě si všiml, že tramvaj číslo 1 jej v protisměru míjí s intervalem $T_\mathrm{p} = 10\,\mathrm{min}\,48\,\mathrm{s}$ a stejná linka jedoucí ve směru chůze s intervalem $T_\mathrm{v} = 13\,\mathrm{min}\,30\,\mathrm{s}$.

Cestou domů spočítal interval T, ve kterém tramvaje jezdí (za předpokladu, že v obou směrech je stejný). Co mu vyjde?



Úloha I.4 ... Odhal svoje vnitřnosti! — 3 body

Odhadněte počet elektronů ve svém těle.

Úloha I.E ... Pravé poledne — 7 bodů

Změřte co nejpřesněji čas pravého poledne. Nezapomeňte určit chybu měření a uvést datum a další podstatné okolnosti měření.

Úloha I.C ... Le Systѐme indispensable — 6 bodů

1. V jedné knize nalezl Ⓡadim tabulku, která udávala elektrický odpor, který naměříme, pokud si vezmeme libovolný čtverec daného materiálu o známé tloušťce. Tabulka tedy říká, že naměříme stejný odpor při čtverci o straně $1\,\mathrm{cm}$ či čtverci o straně $100\,\mathrm{km}$. Odůvodněte, zda tato tabulka má, či nemá smysl. Jaká by byla jednotka uvedené veličiny?

2. Mějme výraz
$$\frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}\,,$$
kde L je indukčnost cívky, jež se měří v jednotkách henry a C je kapacita kondenzátoru, jež se měří ve faradech. Pomocí rozměrové analýzy ukažte, jakou jednotku má veličina, které se tento výraz rovná.

Výfučtení: Triky s mírami

V tomto textu si povíme několik zajímavostí z historie měrných soustav, seznámíme se s nejpoužívanější měrnou soustavou SI a zběžně i s několika dalšími, doplníme si vědomosti o tom, k čemu vlastně fyzikální jednotky jsou, a v poslední, nejdůležitější části tohoto textu (od strany 10) se dozvíme, jak nám mohou pomoci při kontrole výpočtu nebo dokonce při odvození fyzikálních vzorců použitím *rozměrové analýzy*, což budete potřebovat při řešení úlohy I.S.

Stručné dějiny měr

Měrné jednotky byly jedním z prvních vynálezů lidské civilisace. I primitivní společenství potřebovala (byť tehdy ještě velmi nedokonalé) měrné jednotky, aby mohla stavět obydlí či vyrábět oděvy vhodného tvaru a velikosti.

Velikost měrné jednotky lze vybrat naprosto libovolně (s ohledem na účel, k němuž se jednotka užívá; asi nemá cenu měřit měřit obvod pasu v zemských poloměrech).

Aby bylo možné účinně využívat míry napříč velkými společnostmi, bylo potřeba, aby v jejich rámci byly měrné jednotky shodné. Nejstarší známé sjednocené měrné systémy pocházejí z oblasti Egypta, Mesopotámie a poříčí Indu (harappská kultura) z dob kolem 3.–4. tisíciletí př. n. l.

Za nejstarší jednotku hmotnosti se považuje hmotnost zrna obilí. Historické jednotky délky velmi často vycházely z délek pozorovatelných na lidském těle – tak vznikaly různé palce, stopy či sáhy. Tyto jednotky musely být na měřidlech standardisovány – aby např. nezáviselo na tělesných proporcích různých uživatelů měr.

Nicméně tyto standardy se v různých státech a různých dobách lišily. Známe tak například libru římskou, francouzskou, ruskou, metrickou, moravskou, pražskou, trojskou, dánskou či vídeňskou (výčet ani zdaleka není úplný).

Vzhledem k současnosti byla zlomovou událostí Velká francouzská revoluce, jež kromě jiného zrodila *metrickou soustavu.* Ta původní zaváděla *metr* jako jednotku délky a *gram* jako jednotku hmotnosti, a dále sadu předpon, které označovaly násobné díly (v mocninách deseti, což bylo novinkou oproti tradičním jednotkám). Gram byl původně (v roce 1795) uzákoněn jako váha $1\,\mathrm{cm}^3$ vody při bodu tání. Následně se namísto bodu tání zvolila teplota, kdy má voda největší hustotu (kolem $4\,^\circ\mathrm{C}$) a na tomto základě byl roku 1799 zhotoven první platinový *prototyp* kilogramu a kilogram byl definován jako hmotnost tohoto prototypu.

V roce 1875 byla podepsána *Metrická konvence*, ke které se tehdy připojila většina evropských a několik amerických států. Jejím důsledkem bylo založení tří mezinárodních organisací pečujících o metrickou soustavu: Generální konference pro váhy a míry (CGPM), Mezinárodní úřad pro váhy a míry (BIPM) a Mezinárodní výbor pro váhy a míry (CIPM).

Tabulka 1: Základní jednotky SI.

veličina	název jednotky	značka
čas	sekunda	s
délka	metr	m
hmotnost	kilogram	kg
teplota	kelvin	K
elektrický proud	ampér	m
látkové množství	mol	mol
svítivost	kandela	cd

Metrická konvence přinesla celosvětové sjednocení měrných jednotek. A ačkoliv se všechny definice základních jednotek někdy měnily (tato rozhodnutí přijímá na svých sjezdech CGPM), současný metr a kilogram se zásadně neliší od těch z roku 1799.

Od roku 1960 je mezinárodně uznávaná metrická soustava nazývána SI (podrobněji v dalším oddíle).

V současnosti se plánuje další revize SI, podle níž by všechny základní jednotky byly definovány pomocí univerzálních přírodních konstant a jež by umožnila odpoutat se od poslední definice unikátním fyzickým prototypem, jíž je v současnosti prototyp kilogramu.

Système international d'unités

SI, tedy *Mezinárodní soustava jednotek* je moderní formou metrické soustavy a téměř ve všech zemích světa[3] je SI uzákoněna jako jediná či hlavní úředně používaná měrná soustava. V České republice upravuje tuto oblast zejména zákon č.

Jádro soustavy SI tvoří sedm *základních jednotek* (tabulka 1), jež jsou určeny definicemi (uvedenými níže). Těchto sedm (nebo šest, nepočítáme-li kandelu) základních jednotek pochopitelně nestačí pro všechny myslitelné fyzikální veličiny; nicméně stačí na to, abychom z nich mohli poskládat příslušné jednotky pomocí násobení a dělení. Tak lze vytvořit *odvozené jednotky*.

Pomocí standardních předpon (tabulka 2) je možné ze základních i odvozených jednotek vytvářet *dílčí a násobné jednotky*, takže namísto *miliontina metru* můžeme říci *mikrometr*, což je méně krkolomné.

Základní jednotky

Nebudeme zde podrobně uvádět definice všech základních jednotek SI z tabulky 1, ty si může každý vyhledat například ve výše zmíněném zákoně 505/1990 Sb. nebo přímo ve standardu.

Za zmínku však stojí způsob, kterým se tyto jednotky zavádějí. V zákoně se můžeme dočíst, že „sekunda je doba trvání 9 192 631 770 period záření, které odpovídá přechodu mezi dvěma hladinami velmi jemné struktury základního stavu atomu cesia 133.“ Aniž bychom se podrobně zabývali přesným fyzikálním významem uvedené definice, lze říci, že sekunda je definována pomocí doby trvání jistého mikroskopického jevu, a tuto dobu lze nějakým opakovatelným způsobem měřit. Podobně je zavedena jednotka teploty: „kelvin je 1/273,16díl termodynamické teploty trojného bodu vody.“ Trojný bod vody, tj. teplota a tlak, při kterých se voda může

[3] Výjimkami jsou Libérie, Myanmar a Spojené státy americké.

Tabulka 2: Standardní předpony SI.

předpona	značka	násobek	předpona	značka	násobek
deka	da	10^{1}	deci	d	10^{-1}
hekto	h	10^{2}	centi	c	10^{-2}
kilo	k	10^{3}	mili	m	10^{-3}
mega	M	10^{6}	mikro	µ	10^{-6}
giga	G	10^{9}	nano	n	10^{-9}
tera	T	10^{12}	piko	p	10^{-12}
peta	P	10^{15}	femto	f	10^{-15}
exa	E	10^{18}	atto	a	10^{-18}
zetta	Z	10^{21}	zepto	z	10^{-21}
yotta	Y	10^{24}	yokto	y	10^{-24}

vyskytovat ve všech třech skupenstvích současně v rovnovážném stavu, je stále stejný a laboratorní podmínky pro jeho měření lze vytvořit kdekoliv.

Kilogram se od těchto objektivně definovaných jednotek výrazně odlišuje. Stejně jako ve starších metrických soustavách je určen prototypem v podobě platino-iridiového válce, uloženého na Mezinárodním úřadě pro míry a váhy v Sèvres. To pochopitelně není příliš čisté řešení: zaprvé každý, kdo by si chtěl „změřit kilogram“, se musí vydat do Sèvres a zadruhé není prototyp dokonale stabilní (mj. reaguje s okolním vzduchem a opotřebovává se při čistění), takže se skutečná hmotnost kilogramu časem mění. V plánované nové definici SI má být kilogram určen pomocí Planckovy konstanty.

Druhou nepříjemnou historickou výjimečností kilogramu je to, že ač se jedná o základní jednotku, už v sobě zahrnuje násobnou předponu kilo, kdežto gram je tisícina základní jednotky. To je nutné si uvědomit především při vytváření odvozených jednotek.

Zbylé tři fyzikální základní jednotky SI—metr, mol, ampér—jsou definovány pomocí nějakého fyzikálního jevu nebo konstanty a zároveň jiných základních jednotek. Jako příklad uveďme, že „metr je délka dráhy, kterou proběhne světlo ve vakuu za dobu 1/299 792 458 sekundy,“ takže metr je určen pomocí rychlosti světla (fyzikální konstanta) a sekundy (jiná základní jednotka). Přesnější měření rychlosti světla by nám tak nepřineslo přesnější hodnotu rychlosti světla v metrech, nýbrž přesnější určení délky metru.

A konečně poslední ze základních jednotek SI—kandela—není fyzikální jednotkou. Svítivost je veličina fotometrická, nikoliv fyzikální, a tak se jí nebudeme podrobněji zabývat. Vztahuje se totiž k vnímání lidského oka a tudíž závisí na jeho biologických vlastnostech. Tvorové s jinou citlivostí k různým barvám by si tak definovali standardy těchto veličin poněkud jinak než člověk.

Odvozené jednotky

Odvozené jednotky jsou ze základních jednotek vytvářeny jejich umocňováním a vzájemným násobením.[4]

[4] Umocňování přitom může být i se záporným exponentem, což znamená, že mocninou s odpovídajícím kladným exponentem dělíme, např.

$$\mathrm{s}^{-3} = \frac{1}{\mathrm{s}^3} \quad \text{nebo} \quad \mathrm{kg}^{-1} = \frac{1}{\mathrm{kg}}\,.$$

Tabulka 3: Některé odvozené jednotky SI s vlastním názvem. Bez fotometrických veličin.

název jednotky	značka	veličina	v základních jednotkách
hertz	Hz	frekvence	s^{-1}
radián	rad	úhel	1
steradián	sr	prostorový úhel	1
newton	N	síla	$kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}$
pascal	Pa	tlak	$kg{\cdot}m^{-1}{\cdot}s^{-2}$
joule	J	energie	$kg{\cdot}m^{2}{\cdot}s^{-2}$
watt	W	výkon	$kg{\cdot}m^{2}{\cdot}s^{-3}$
coulomb	C	elektrický náboj	$A{\cdot}s$
volt	V	elektrický potenciál	$A{\cdot}kg{\cdot}m^{2}{\cdot}s^{-3}$
farad	F	elektrická kapacita	$A^{2}{\cdot}kg^{-1}{\cdot}m^{-2}{\cdot}s^{4}$
ohm	Ω	elektrický odpor	$A^{-2}{\cdot}kg{\cdot}m^{2}{\cdot}s^{-3}$
siemens	S	elektrická vodivost	$A^{2}{\cdot}kg{\cdot}m^{-2}{\cdot}s^{3}$
weber	Wb	magnetický tok	$A^{-1}kg{\cdot}m^{2}{\cdot}s^{-2}$
tesla	T	magnetická indukce	$A^{-1}{\cdot}kg{\cdot}s^{-2}$
henry	H	indukčnost	$A^{-2}{\cdot}kg{\cdot}m^{2}{\cdot}s^{-2}$
becquerel	Bq	radioaktivita	s^{-1}
gray	Gy	absorbovaná dávka	$m^{2}{\cdot}s^{-2}$
sievert	Sv	dávkový ekvivalent	$m^{2}{\cdot}s^{-2}$

Ukažme si odvozování jednotek na dvou příkladech: Jednotkou rychlosti je $m{\cdot}s^{-1}$. K tomu se dá dojít poměrně jednoduše, pokud víme, co to rychlost vlastně je – dráha uražená za určitý čas. Čas i dráha (tj. *délka* trajektorie) už jsou vyjádřitelné přímo v základních jednotkách (sekunda a metr). Pokud si do vzorečku pro průměrnou rychlost v

$$v = \frac{s}{t}$$

dosadíme libovolné hodnoty pro dráhu a čas v základních jednotkách, např. $s = 300\,\mathrm{m}$, $t = 60\,\mathrm{s}$, dostaneme výsledek ve správné odvozené jednotce SI

$$v = \frac{300\,\mathrm{m}}{60\,\mathrm{s}} = 5\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

Všimněme si, že s jednotkami lze do určité míry zacházet jako s číselnými proměnnými – zde jsme *podělili* metr (obsažený v dráze) sekundou (obsaženou v čase).

Druhým příkladem budiž jednotka síly – newton,[5] značená N. Název a značka na první pohled nevypadají, že by měly mít cokoliv společného s některou ze základních jednotek, ale ve skutečnosti platí

$$\mathrm{N} = \frac{\mathrm{kg{\cdot}m}}{\mathrm{s^2}}\,.$$

Newton je pouze zjednodušujícím názvem, abychom místo zdlouhavého tvrzení, že nám někdo stoupl na nohu silou *tisíc kilogrammetrů za sekundu na druhou*, vystačili s krátkým *tisíc newtonů*.

[5] Čteme [ɲuːtən] (IPA), [ňútn] (česká fonetická transkripce). České názvy jednotek jsou v tomto ohledu bohužel dosti nekonsistentní, neboť zatímco pravopis některých jednotek jako newton, joule [džaul] nebo hertz [herc] je „původní“, jiné názvy byly pravopisně „počeštěny“ – píšeme ampér, nikoliv ampère.

Odvození, že jednotkou síly je $\mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}}$ (tedy newton), není tak přímočaré jako v případě rychlosti. Můžeme vyjít například z Newtonova zákona síly

$$F = ma\,,$$

kde F je síla, m je hmotnost, a je zrychlení. O hmotnosti víme, že má již základní jednotku kilogram. Zrychlení je změna rychlosti v čase, takže jednotkou zrychlení je jednotka rychlosti podělená jednotkou času (podobně jako u odvození jednotky rychlosti výše), takže skutečně dostáváme

$$\text{jednotka síly} = \text{jednotka hmotnosti} \cdot \frac{\text{jednotka rychlosti}}{\text{jednotka času}} = \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}}{\mathrm{s}} = \frac{\mathrm{kg{\cdot}m}}{\mathrm{s^2}}\,.$$

Přehled některých pojmenovaných odvozených jednotek uvádí tabulka 3. Z ní je patrná zvláštní věc: některé jednotky, které jsou sice formálně shodné, mají rozdílné názvy podle toho, k jaké fyzikální veličině se zrovna vztahují.

Když v elektrické zásuvce hodnota napětí kmitne padesátkrát za sekundu, řekneme, že frekvence napětí je 50 Hz, avšak rozpadne-li se nám ve vzorku padesát jader za sekundu, řekneme, že má aktivitu 50 Bq. A aby to bylo ještě složitější, v případě kruhové frekvence (kruhové rychlosti) zpravidla nepoužíváme žádnou jednotku se zvláštním názvem, nýbrž přímo $\mathrm{s^{-1}}$.

Některým veličinám ale přísluší společná odvozená jednotka. Například joule je také jednotkou práce a tepla. V ohmech uvádíme nejen prostý elektrický odpor, ale též induktivní či kapacitní reaktance.

Tato zdánlivá nesystematičnost však má svou logiku. Práce a teplo jsou různé formy přenesené energie a v termodynamice dává smysl je navzájem sčítat či odčítat. Sečtením odporu a imaginární reaktance dostaneme impedanci. Vzájemným sčítáním či odčítáním frekvence a radioaktivity však stěží dostaneme cokoliv smysluplného a sečtením frekvence s úhlovou frekvencí se zcela jistě dopustíme chyby.

Pozastavme se ještě nad jednotkami rovinného a prostorového úhlu, rad a sr. Tyto „jednotky“ jsou zjevně bezrozměrné a se základními jednotkami SI nemají nic společného. Lze tedy psát například $5\,\mathrm{rad} = 5$, kdybychom však napsali $5\,\mathrm{kg} = 5$, dopustili bychom se chyby (o tom podrobněji níže). Na rozdíl od většiny fyzikálních veličin je velikost úhlu prostě číslo označující poměr mezi délkou oblouku kružnice a jejím poloměrem; ale aby bylo zcela zřejmé, že se jedná o úhel, někdy se číselná hodnota doplňuje označením rad.

Vedlejší jednotky

SI připouští i používání úhlových stupňů, minut a vteřin (neplést si se stejnojmennými časovými jednotkami). Plný úhel ve stupních (značíme $^\circ$) a v radiánech je $360^\circ = 2\pi$, takže jeden úhlový stupeň je

$$1^\circ = \frac{2\pi}{360} \doteq 0{,}01745\,.$$

Minuta je šedesátinou stupně a vteřina šedesátinou minuty.

Úhlové stupně, minuty a vteřiny patří mezi *vedlejší jednotky SI*. To jsou takové, které sice do soustavy SI nepatří, ale které jsou stále používané a SI jejich užití připouští „vedle“ samotných jednotek SI. Mezi ně dále patří kupříkladu časové jednotky *minuta* ($\mathrm{min} = 60\,\mathrm{s}$), *hodina* ($\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$), *den* ($\mathrm{d} = 86400\,\mathrm{s}$), délková *astronomická jednotka* ($\mathrm{ua} = 1{,}49597870691(6) \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}$), jednotka plochy *hektar* ($\mathrm{ha} = 10\,000\,\mathrm{m^2}$), jednotka objemu *litr* ($\mathrm{l} = 0{,}001\,\mathrm{m^3} = \mathrm{dm^3}$), *atomová hmotnostní jednotka* ($\mathrm{u} = 1{,}66053886(28) \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$), *tuna* ($\mathrm{t} = 1\,000\,\mathrm{kg} = 1\,\mathrm{Mg}$) či jednotka energie *elektronvolt* (eV, podrobněji níže).

Přirozené jednotky

Ačkoliv je SI vcelku dobrou soustavou pro všeobecné použití, jsou oblasti, kde je výhodné zvolit alespoň pro některé veličiny jednotky jiné. Nejčastěji takové, které jsou blízce spjaty s některou z důležitých fyzikálních konstant – takovým jednotkám říkáme *přirozené*.

Ve fyzice mikrosvěta se zřídkakdy používá k udávání náboje coulomb, častěji se setkáme s elementárním nábojem e – takový náboj má proton či (se záporným znaménkem) elektron:[6] $e = 1{,}602176565(35) \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$.

V témže odvětví se hojně používá jednotka energie (patřící k vedlejším jednotkám SI), která je dána součinem elementárního náboje a voltu – elektronvolt: $1\,\mathrm{eV} = 1{,}602176565(35) \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$. Zkuste si jako cvičení s pomocí tabulky 3 ověřit, že vynásobením coulombu a voltu dostaneme skutečně joule, tudíž vynásobením elementárního náboje a voltu opravdu dostaneme jednotku energie.

V relativistické fyzice se zase používá *geometrická soustava jednotek*, kde se používá stejná jednotka pro délku a čas (které jsou spojeny rychlostí světla c, která se v geometrické soustavě považuje za bezrozměrnou jednotku, $c = 1$).

Počítání s fyzikálními veličinami a rozměrová analýza

Zatímco v rovnicích, se kterými se setkáváme v čisté matematice, na místě neznámých obvykle vystupují pouhá čísla, ve fyzikálních rovnicích v sobě neznámé nesou to, čemu říkáme fyzikální *rozměr* – tedy kromě čísla je nedílnou součástí této neznámé také fyzikální jednotka. Chápání fyzikálních veličin včetně jejich rozměru je nedílnou součástí „fyzikálního myšlení“.

Takže když se vás někdo zeptá, jaký je rozchod železničních kolejí v českých zemích, a vy mu odpovíte 1 435, odpověděli jste špatně. Přirozená reakce zní: 1 435 čeho? Světelných let? Pytlů brambor? Správná odpověď v sobě musí zahrnovat příslušnou fyzikální jednotku, čili správnou odpovědí na danou otázku je 1 435 mm.

Zbytečná formalita, mohl by si kdekdo říci. Ale není tomu tak – důslednost při zacházení s fyzikálními jednotkami je cenným nástrojem například při kontrole správnosti fyzikálního výpočtu, jak si ukážeme. Koneckonců, zářným příkladem, že je potřeba si jednotky hlídat, je neúspěch mise Mars Climate Orbiter – družice, jež měla zkoumat planetu Mars, shořela v její atmosféře kvůli špatně zadaným jednotkám.

Jak tedy správně zacházet s jednotkami při fyzikálních výpočtech? Především je nutné dodržovat dvě základní pravidla:

1. Při dosazování do fyzikálních vztahů dosazujeme všechny hodnoty i s jednotkami.
2. S jednotkami počítáme během celého výpočtu. Nevynecháváme je ani při žádných mezivýpočtech.

Důslednost v psaní jednotek nám umožní odhalit některé druhy chyb, jichž se můžeme při fyzikálních výpočtech dopustit.

Častým nešvarem (který někteří učitelé fyziky přehlížejí, nebo se jej bohužel sami dopouštějí) je, že se do fyzikálního vztahu dosadí hodnoty veličin bez jednotek, mezivýpočty jsou také bezrozměrné a až ke konečnému výsledku se „přilepí“ nějaká jednotka. Nesprávný výpočet pak typicky vypadá nějak takto (zde velmi jednoduchý případ výpočtu doby t rovnoměrného pohybu z dráhy s a rychlosti v)

$$t = \frac{s}{v} = \frac{300}{60} = 5\,\mathrm{s}\,.$$

[6] Číslo v závorce označuje směrodatnou odchylku vztahující se k posledním dvěma platným číslicím – tj. jistou míru nepřesnosti, se kterou bylo měření elementárního náboje provedeno.

Dejme tomu, že zadaná dráha byla 300 m a rychlost $60\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Správný výpočet je v takovém případě

$$t = \frac{s}{v} = \frac{300\,\mathrm{m}}{60\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}} = 5\,\mathrm{s}\,.$$

Zde jsme mohli metry ve zlomku bez obtíží zkrátit a dostali jsme v sekundách výsledek stejný jako v nesprávném výpočtu. Co když však zadaná rychlost nebyla $60\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, ale $60\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$? Správný výpočet pak bude vypadat takto

$$t = \frac{s}{v} = \frac{300\,\mathrm{m}}{60\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}} = 5\,\mathrm{h}{\cdot}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{km}} = 5\,\mathrm{h}\cdot\frac{\mathrm{m}}{1000\,\mathrm{m}} = 0{,}005\,\mathrm{h} = 0{,}005\cdot 3600\,\mathrm{s} = 18\,\mathrm{s}\,.$$

Za třetím rovnítkem jsme zde nemohli rovnou zkrátit jednotky délky, ale museli jsme nejdříve vyjádřit kilometr v metrech. Tak jsme dostali výsledek v hodinách. Dosazením za hodinu nakonec dostáváme výsledek v sekundách.

Kdybychom byli ve druhém případě ignorovali jednotky, dostali bychom jako v prvním případě výsledek 5 (s?), který je zde však zjevně nesprávný. Z výpočtu by nebylo možné konkrétní chybu odhalit.

Důsledné počítání s jednotkami pomáhá odhalit i jiné chyby než špatné převody jednotek. Počítáme-li sílu a výsledek má rozměr $\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, pravděpodobně jsme někde zapomněli dosadit nějakou hmotnost.

Na obou stranách každé rovnosti musí být stejný fyzikální rozměr. Pokud v nějakém kroku výpočtu na levé straně rovnosti vychází jednotka síly a na pravé straně jednotka energie, zřejmě jsme se dopustili chyby právě v tomto kroku.

Uvědomte si, že argument matematických funkcí jako sinus, kosinus nebo exponenciála je vždy bezrozměrný. Výraz $\cos(2\,\mathrm{m})$ nedává smysl – nejspíš jsme zapomněli argument vydělit nějakou délkou.

Jak uhodnout fyzikální vzorec

Ukažme si nyní, jak nám znalost rozměrů fyzikálních veličin může pomoci při odvození fyzikálních vzorců. Mějme úlohu:

> Bětka se točí na kolotoči, pohybuje se rychlostí $v = 2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ vůči zemi. Jakou odstředivou sílu pociťuje? Víme, že Bětka váží $m = 50\,\mathrm{kg}$ a nachází se ve vzdálenosti $r = 2\,\mathrm{m}$ od osy kolotoče.

Neznáme-li vzorec pro výpočet odstředivé síly ani si jej neumíme poctivě odvodit, pomůžeme si rozměrovou analýzou:

Hledáme sílu (označme ji F). O té již víme, že má jednotku $\mathrm{N} = \mathrm{kg{\cdot}m{\cdot}s^{-2}}$. Zkusíme tedy násobit či dělit veličiny ze zadání tak, aby rozměr výsledku byl newton.

Newton obsahuje kilogram v první mocnině. Jedinou zadanou veličinou obsahující kilogram je Bětčina hmotnost, která je právě v kilogramech. Výsledný vzorec tedy bude obsahovat tuto hmotnost v první mocnině:

$$F = m{\cdot}?\,.$$

Další základní jednotkou obsaženou v newtonu je metr. Ten je však obsažen ve dvou zadaných veličinách, a tak z něj nejde rovnou určit, jak do našeho vzorce naskládat zbylé zadané veličiny r a v, nechme si jej tedy až na konec.

Ze základních jednotek nám v síle zbývá sekunda, ta je zde v -2. mocnině. Ze zadaných veličin obsahuje sekundu pouze rychlost v, a to v -1. mocnině. Jejím umocněním dostaneme -2. mocninu sekundy, tudíž

$$F = mv^2 \cdot ?\,.$$

Doposud poskládaná část vzorce má rozměr $\mathrm{kg \cdot m^2 \cdot s^{-2}}$, oproti požadovanému newtonu je zde metr s vyšší mocninou. Rozměrem poslední zbývající veličiny r je právě metr, tak touto vzdáleností zkusme ve vzorečku dělit

$$F = \frac{mv^2}{r} \cdot ?\,.$$

Nyní má pravá strana našeho vzorce rozměr síly $\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-2}} = \mathrm{N}$. Je tedy možné, že pod otazníkem se již nic dalšího neskrývá.

A vskutku – nahlédneme-li do fyzikálních tabulek, zjistíme, že vzorec pro odstředivou sílu při pohybu po kružnici je opravdu $F = mv^2/r$. Uhodli jsme správně vzoreček pouze pomocí rozměrové analýzy!

Abychom si ukázali, že rozměrová analýza není samospásná, uveďme si druhý příklad. Zkusme uhodnout dobu kmitu (periodu) T matematického kyvadla. Intuitivními fyzikálními úvahami bychom dospěli k tomu, že perioda by měla záviset na délce závěsu kyvadla l a na velikosti gravitačního zrychlení g. Rozměrem periody je sekunda, délku kyvadla určujeme v metrech a jednotkou zrychlení je $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

Zrychlení g obsahuje sekundu v -2. mocnině, první mocninu sekundy z T dostaneme, když budeme dělit odmocninou z g

$$T = \frac{?}{\sqrt{g}}\,.$$

Pravá strana má nyní poněkud prazvláštní jednotku $\mathrm{s}/\sqrt{m}$. Odmocniny z metru se zbavíme vynásobením odmocninou z délky závěsu

$$T = \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot ?\,.$$

Nyní má pravá strana správný rozměr, sekundu. Mohli bychom si myslet, že jsme jako v předchozím případě již dospěli ke správnému vzorci. Avšak tabulky uvádějí vzorec pro periodu matematického kyvadla $T = 2\pi\sqrt{l/g}$, lišící se od našeho dosavadního výsledku bezrozměrným činitelem 2π.

Přítomnost takovýchto bezrozměrných faktorů a veličin rozměrová analýza odhalit nedokáže, ale často nám může pomoci uhodnout tvar fyzikální závislostí, abychom věděli, kam směřovat při poctivém odvozování fyzikálních vztahů.

FYKOS – Výfuk
UK v Praze, Matematicko-fyzikální fakulta
Ústav teoretické fyziky
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `http://vyfuk.fykos.cz`
e-mail pro řešení: `vyfuk-reseni@fykos.cz`
e-mail: `vyfuk@fykos.cz`

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.