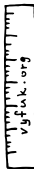


Úloha I.3 ... Nepřesné pravítko

6 bodů; (chybí statistiky)

Viktor si koupil plastové pravítko dlouhé $l = 50$ cm. Předpokládejme, že tato vzdálenost odpovídá vzdálenosti mezi ryskami s označením „0 cm“ a „50 cm“ při teplotě $t_1 = 25$ °C. Jak se změní tato vzdálenost, pokud bude Viktor měřit na Antarktidě při teplotě $t_2 = -60$ °C? Koeficient teplotní délkové roztažnosti plastu, z něhož je pravítko vyrobeno, je $\alpha = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$. Srovnajte svůj výsledek s typickou nepřesností uvažovanou u pravítka s nejmenším dílkem stupnice o velikosti 1 mm.



Pevné látky podléhají teplotní roztažnosti, kterou můžeme popsat lineárním vztahem pro změnu délky

$$\Delta l = \alpha l \Delta t = \alpha l (t_2 - t_1).$$

Jelikož všechny veličiny, jež vystupují ve vzorci výše, máme zadány, stačí pouze dosadit numerické hodnoty a získáme výsledek. Mohlo by se zdát, že bude třeba převádět jednotky na základní (tedy metry a kelviny), ovšem zrovna v tomto případě si takovou práci můžeme ušetřit. Celsiova stupnice má totiž stejnou velikost jednoho dílku jako Kelvinova, tedy při rozdílu dvou teplot nezáleží na tom, zda zvolíme kelviny, nebo stupně Celsia. Podobně i délku l nemusíme z centimetrů převádět, pokud se spokojíme s tím, že nám změna délky pravítka Δl vyjde opět v centimetrech. Můžeme tedy počítat přímo s hodnotami ze zadání.

$$\Delta l = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1} \cdot 50 \text{ cm} \cdot (-60 \text{ °C} - 25 \text{ °C}) \doteq -1,1 \text{ cm}$$

Délka pravítka se změní asi o jeden centimetr. Protože se Viktor přesunul z teplejšího prostředí do chladnějšího, bude se jednat o zkrácení.

Nepřesnost způsobenou roztažností si vyjádříme tzv. *relativně*, tedy jako poměr $u = |\Delta l/l|$ ¹. Pro pravítko na Antarktidě dostaneme

$$u = \left| \frac{\Delta l}{l} \right| = \left| \frac{\alpha l (t_2 - t_1)}{l} \right| = |\alpha (t_2 - t_1)| \doteq |-0,021| = 2,1 \%$$

Povšimněme si, že jelikož se délka l ve vzorci pokrátí, relativní nepřesnost měření na ní nezávisí. Pro jakékoli pravítkem měřené délky je tedy relativní nepřesnost stejná.

Při měření standardním pravítkem je většinou zvykem brát hodnotu nepřesnosti (resp. přesnosti) jako polovinu nejmenšího dílku na stupnici měřidla. V případě našeho pravítka tedy budeme uvažovat typickou nepřesnost měření $\Delta = 0,5 \text{ mm} = 0,05 \text{ cm}$. Tentokrát ale už bude relativní nepřesnost u' záviset na tom, jakou délku d měříme.

$$u' = \frac{0,05 \text{ cm}}{d}$$

Nyní můžeme zjistit, při jaké délce bude typická nepřesnost pravítka shodná s nepřesností způsobenou teplotní roztažností. Takovou podmínku lze vyjádřit následovně:

$$u = u' \Rightarrow 0,021 = \frac{0,05 \text{ cm}}{d} \Rightarrow d \doteq 2,4 \text{ cm}.$$

¹Poměr dáváme do absolutní hodnoty z toho důvodu, že změna délky může být obecně kladná i záporná, kdežto relativní nepřesnost má smysl definovat pouze jako kladnou.

Pokud budeme měřit kratší vzdálenost než 2,4 cm, bude nepřesnost způsobená roztažností menší. Jakmile však začneme měřit větší vzdálenosti, nepřesnost standardního pravítka bude znatelně menší.

Lukáš Linhart
lukasl@vyfuk.org

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.