výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

vítáme vás u prvního čísla již čtrnáctého ročníku korespondenčního semináře Výfuk (Výpočty fyzikálních úkolů). Tento seminář je soutěž pro žáky druhého stupně základních škol a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Skládá se ze šesti sérií, které vydáváme v průběhu roku, a na řešení každé máte několik týdnů. Každá série sestává z jedné jednoduché úlohy pro žáky šesté a sedmé třídy, jedné matematické, dvou zajímavých fyzikálních úloh, jedné složitější a jedné úlohy experimentální, která očekává i vlastní provedení experimentu. Poslední, šestá úloha se týká naučného textu Výfučtení, který vydáváme ke každé sérii a který se věnuje nějakému méně běžnému zajímavému fyzikálnímu tématu.

Svůj postup řešení vypracujte pro každou úlohu na zvláštní papír a odevzdejte buď papírově na adresu uvedenou na konci brožurky nebo elektronicky v portálu `db.fykos.cz`. My vaše řešení opravíme, obodujeme a pošleme zpátky s komentáři. Také na našem webu a v brožurce o sérii později zveřejníme vzorová řešení jednotlivých úloh a pořadí řešitelů. Na konci ročníku nejlepší řešitele oceníme věcnou cenou – knihou, společenskou hrou nebo stavebnicí.

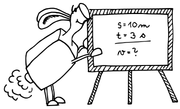
Kromě cen za konečné pořadí můžete získat i drobné ceny v průběhu řešením našeho binga, a to vyškrtáním splněných úkolů v tabulce s danou odměnou a odesláním tabulky na náš mail nebo poštou.

Kromě korespondenčního semináře pro vás pořádáme i několik prezenčních akcí. První z nich je podzimní setkání, které se bude konat v Praze. Můžete se těšit na zajímavé hry, přednášky či exkurze na vědecká pracoviště. Podobnou akcí je pak ještě jarní setkání, které se ovšem koná mimo Prahu v jiném velkém městě. Největší výfučí akcí je pak letní tábor pro ty nejlepší řešitele, který trvá dva týdny a opět se můžete těšit na mnoho her, přednášek i dalšího zajímavé programu.

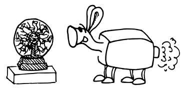
Doufáme, ze vás řešení Výfuku bude bavit a těšíme se na setkání na některé z našich akcí!

Organizátoři

`vyfuk@vyfuk.org`

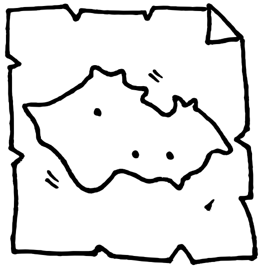


Zadání I. série

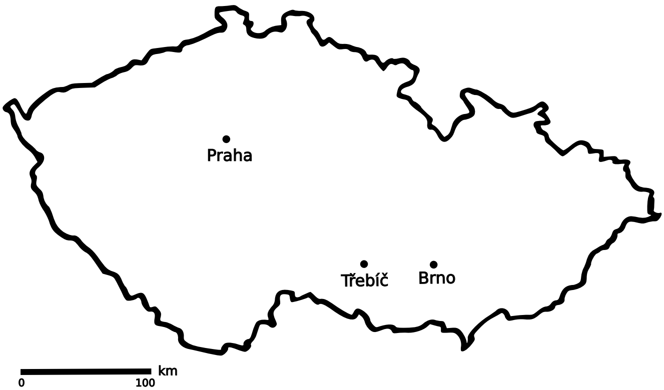


Termín odeslání: 14. 10. 2024 20.00

Úloha I.1 ... Přímočará ❻ ❼ 5 bodů



Organizátoři se chystají na akci Výfuku. Viktor však nechtěl ostatním organizátorům usnadnit cestu, a proto jim neprozradil přesnou polohu setkání. Místo toho jim pouze sdělil vzdálenost místa srazu od jejich aktuální polohy „vzdušnou čarou“. Soňa se nachází v Praze a ví, že od ní je neznámé město vzdáleno 166 km. Od Hedvi v Třebíči je zase místo setkání ve vzdálenosti 116 km a od Adama v Brně je to 100 km daleko. Ve kterém městě se organizátoři potkají?
Poznámka: Je možné, že se vám kvůli technickým nepřesnostem nepodaří určit správné město. Zaměřte se proto primárně na popis postupu řešení.

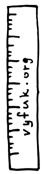


Obr. 1: Mapa České republiky s vyznačenými městy

Úloha I.2 ... A žere a žere ❻ ❼ ❽ ❾ 5 bodů

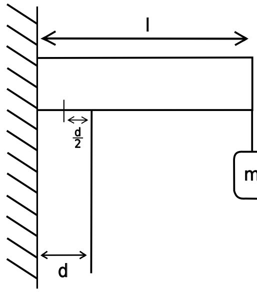
Soňa, unavená po celodenní práci, si šla doplnit energii jídlem. Vzala si talíř červeného zelí, misku bílého zelí, kus kachny, chléb se škvarkovou pomazánkou a koláček. Na kolik způsobů může celou svou hostinu sníst, liší-li se jednotlivé způsoby pouze pořadím těchto pěti jídel? Má to však háček, neboť pokud sní před a zároveň po sladkém jídle něco slaného, bude Soni špatně. Z kolika variant jí špatně nebude?

Úloha I.3 ... Nepřesné pravítko ❻ ❼ ❽ ❾ 6 bodů



Viktor si koupil plastové pravítko dlouhé $l = 50\,\mathrm{cm}$. Předpokládejme, že tato vzdálenost odpovídá vzdálenosti mezi ryskami s označením „0 cm“ a „50 cm“ při teplotě $t_1 = 25\,^\circ\mathrm{C}$. Jak se změní tato vzdálenost, pokud bude Viktor měřit na Antarktidě při teplotě $t_2 = -60\,^\circ\mathrm{C}$? Koeficient teplotní délkové roztažnosti plastu, z něhož je pravítko vyrobeno, je $\alpha = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{K}^{-1}$. Srovnejte svůj výsledek s typickou nepřesností uvažovanou u pravítka s nejmenším dílkem stupnice o velikosti 1 mm.

Úloha I.4 ... Pevný vrut ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů



Jirka se rozhodl pořídit si na kolej boxovací pytel. Narazil však na problém, jak pytel správně upevnit. Nakonec přišel s řešením pomocí jednoduché aparatury sestávající ze dvou ocelových trámů o délce $l = 1\,\mathrm{m}$ se zanedbatelnou hmotností. Jeden trám připevnil svisle na zeď a druhý kolmo na první pomocí jednoho vrutu, jak lze vidět na obrázku. Na konec druhého trámu chtěl pověsit boxovací pytel. Vtom však zaváhal, zda takovou zátěž spojovací vrut vydrží. Poraďte Jirkovi, jakou maximální hmotnost může pytel mít, jestliže vrut má obsah průřezu $S = 0{,}5\,\mathrm{cm}^2$, mez pevnosti v tahu $\sigma = 420\,\mathrm{MPa}$ a trám má šířku $d = 10\,\mathrm{cm}$.

Úloha I.5 ... Čepování beze ztrát ❻ ❼ ❽ ❾ ★ 8 bodů

Vojta si chtěl natočit vodu z kohoutku. Všiml si však, že průměr kohoutku je dvakrát větší než průměr hrdla jeho lahve. Jelikož nechce plýtvat vodou, vymyslel elegantní způsob, jak do lahve napustit vodu beze ztrát. Umístil lahev do výšky h pod kohoutek a pustil vodu. Proud vody se při pádu zúžil a perfektně beze zbytku se napasoval do hrdla lahve.

1. Kolikrát menší je obsah průřezu hrdla lahve než obsah průřezu kohoutku?
2. Vojta jako znalý technik ví, že z kohoutku vytéká voda rychlostí v svisle dolů. Vyjádřete v násobcích této rychlosti rychlost, kterou voda padá do hrdla lahve.
3. Stejně jako Vojta určete a obecně vyjádřete pomocí rychlosti v a tíhového zrychlení g výšku h, ve které se nacházel kohoutek nad hrdlem lahve.

Uvažujte, že se proud vody zužuje osově symetricky a nevznikají v něm žádné bublinky či mezery.

Úloha I.E ... Nostalgická ❻ ❼ ❽ ❾ 8 bodů

Anežka procházela kolem své bývalé školy, dívala se na okna v posledním patře a vzpomínala, jak z nich se spolužáky házeli na protější budovu podtácky. Přitom se zamyslela, jak vysoko vlastně okna jsou. Buďte jako Anežka! Ve svém okolí najděte nějakou vysokou stavbu (například panelový dům, vysílač, kostelní věž nebo rozhlednu) a alespoň třemi různými způsoby změřte její výšku. Následně zkuste srovnat přesnost jednotlivých metod měření.

Úloha I.V ... Biologický experiment ❻ ❼ ❽ ❾ 7 bodů

Výfuček při práci na své zahrádce našel podivného brouka a rozhodl se jej prostudovat. Položil ho proto na stůl a podíval se na něj skrz lupu tvořenou tenkou spojnou čočkou s ohniskovou vzdáleností $f = 10\,\mathrm{cm}$.

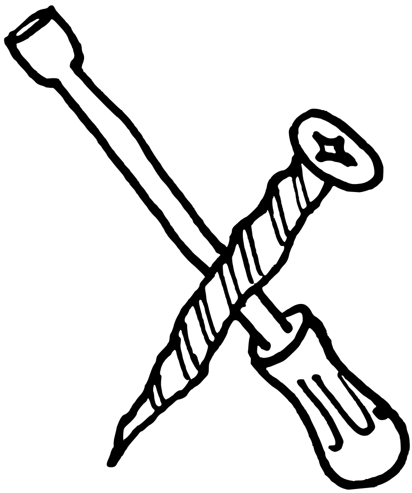
1. V jaké vzdálenosti od lupy se vytvořil obraz, jestliže se lupa nacházela ve vzdálenosti $a = 6\,\mathrm{cm}$ nad broukem? Jedná se o skutečný nebo zdánlivý obraz? Výfuček namířil lupu tak, že se brouk nacházel v blízkém okolí osy čočky a zároveň byl v lupě vidět celý.

2. Jak široký byl tento obraz, pokud Výfuček změřil pravítkem, že brouk má šířku $y = 14\,\mathrm{mm}$?

3. Říká se, že pro pozorování předmětů pouhým okem je optimální vzdálenost $L = 25\,\mathrm{cm}$. Jaká je úhlová velikost brouka při takovém pozorování bez lupy? (Úhlová velikost se zde vztahuje k šířce brouka.)

4. Jaká byla úhlová velikost brouka při pozorování lupou, jestliže se Výfučkovo oko, kterým brouka pozoruje, nacházelo v ohnisku, tedy 10 cm od lupy? Porovnejte tuto úhlovou velikost s úhlovou velikostí při pozorování bez lupy v předchozí podúloze.

První podúlohu řešte výpočtem. Druhou až čtvrtou můžete řešit početně nebo graficky.
Nápověda: Mohou vám pomoct obrázky ve Výfučtení.



Výfučtení: Geometrická optika

Dostává se vám do rukou první Výfučtení letošního ročníku Výfuku, které je věnováno *geometrické optice*. Představíme zde její základní zákony – lomu a odrazu. Ty popisují změnu chování světla na hranici dvou různých *prostředí*. Například, dopadne-li světlo pod určitými úhly na vodní hladinu, ukazuje se, že se část světla od hladiny odrazí a část projde dále do vody, změní se ovšem směr jeho šíření. Odraz či lom světla je poté možné výhodně využít ke konstrukci jednoduchých *optických přístrojů*, jako jsou například čočka nebo vhodně zakřivené zrcadlo. Geometrická optika nám poskytuje zákon v podobě tzv. *zobrazovací rovnice*, s jejíž pomocí lze přesně vypočítat, jak se světlo skrze tyto přístroje šíří. Její síla mimo jiné spočívá v tom, že ji lze využít i v případě, kdy se potýkáme například s více čočkami umístěnými za sebou. Stačí správně použít zobrazovací rovnici postupně pro každou čočku a můžeme tak snadno porozumět i složitějším přístrojům, jako jsou mikroskopy nebo dalekohledy.

Šíření světla: paprsek

Než se pustíme do psaní rovnic a počítání s čočkami a zrcadly, měli bychom stručně okomentovat, v jakých situacích je vůbec možné zákony geometrické optiky použít. Problém světla je totiž ten, že popsat jeho chování v nejobecnější možné situaci je velmi složité. Naštěstí se ve většině případů, s nimiž se můžeme ve fyzice setkat, část aspektů chování světla neuplatňuje a je možné je úplně opomenout. Na základě toho, které vlastnosti světla jsou zanedbávány, se od sebe liší různé oblasti optiky jako geometrická, vlnová, kvantová atd.

Pro úplnost uvedeme, že platnost geometrické optiky souvisí s vlastností světla nazývanou *vlnová délka*. Pokud jsou typické rozměry v dané fyzikální situaci mnohem větší než vlnová délka viditelného světla (ta je řádově rovna $0{,}1\,\mu\mathrm{m}$), můžeme zákony geometrické optiky bez problémů používat. V našich úlohách jsou tloušťky čoček řádově v milimetrech a rozměry zobrazovaných předmětů v centimetrech nebo i větší. Podmínky pro použití geometrické optiky jsou tedy splněny.

Zjednodušení, kterých geometrická optika využívá, nám umožňují na světlo pohlížet jako na paprsek. Pokud máme nějaký zdroj světla (žárovku nebo třeba osvětlený předmět), představujeme si, že z něho vyletují paprsky do všech směrů. Hlavním úkolem geometrické optiky je vypočítat směr šíření těchto paprsků například při průchodu čočkou nebo po odrazu od zakřiveného zrcadla.

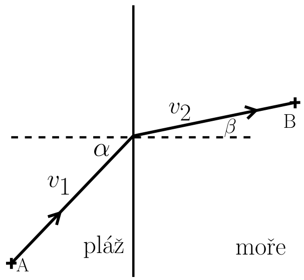
Zákon odrazu a lomu, princip nejkratšího času

Pohlížet na světlo jako na paprsek je při výpočtech výhodné, protože paprsek má pouze dvě vlastnosti – rychlost a směr šíření (všechny ostatní vlastnosti světla se ve výpočtech v rámci geometrické optiky neuplatňují). Navíc tyto dvě vlastnosti nejsou úplně nezávislé. Platí totiž velmi zajímavý zákon nazývaný *princip nejkratšího času*. Ten říká, že když světlo letí z bodu A do bodu B, volí si takovou trajektorii, aby do bodu B dorazilo co nejrychleji.[1]

Tento princip demonstrujeme na následující úloze. Představme si, že stojíme na pláži v bodě A a v moři vidíme v bodě B topícího se člověka tak, jako na obrázku 2. Jakým směrem

[1] Existují i speciální situace, kdy světlo volí trajektorii, která nejkratšímu času neodpovídá. Z toho důvodu je správná formulace principu nejkratšího času trochu odlišná. Těmito situacemi se zde ovšem zabývat nebudeme.

musíme běžet, abychom se k topícímu se člověku dostali co nejrychleji? Je jasné, že pokud běžíme po pláži nebo plaveme v moři, musíme běžet po přímce, protože přímka je nejkratší spojnice naší polohy a topícího se člověka. Jedinou otázkou tedy je, v jakém místě máme opustit pláž a vběhnout do moře. Mohli bychom běžet přímo směrem k topícímu se člověku (tedy po přímce, která spojuje body A a B). S touto strategií by se nám ovšem mohlo stát, že bychom například museli uběhnout a uplavat stejnou vzdálenost, což je nevýhodné, neboť plaveme určitě pomaleji, než běžíme. Další možností je, že poběžíme tak, abychom k topícímu se člověku plavali kolmo vzhledem k pláži, čímž bychom minimalizovali dobu strávenou ve vodě. Ukazuje se ovšem, že ani tato strategie není nejvýhodnější, protože zbytečně prodloužíme celkovou dráhu.



Obr. 2: Znázornění nejrychlejší trajektorie z místa A k topícímu se člověku v místě B. Při jiné trajektorii si buď prodlužujeme uraženou dráhu, nebo strávíme příliš mnoho času plaváním.

Nejvýhodnější trajektorie se tedy nachází někde mezi těmito dvěma krajními případy. Můžeme ji dokonce přesně spočítat, pokud zavedeme úhly α a β tak, jako na obrázku 2. Jsou to tedy úhly, pod kterými vstupujeme do moře a vyrážíme směrem k topícímu se člověku. Ty jsou ovšem měřeny vzhledem ke kolmici na rozhraní mezi pláží a mořem. Pro tyto úhly se pak z principu nejkratšího času dá odvodit rovnice[2]

$$\frac{\sin\alpha}{v_1} = \frac{\sin\beta}{v_2}\,, \tag{1}$$

kde v_1 a v_2 jsou rychlosti pohybu na pláži a v moři. Pokud se tedy například v moři pohybujeme pomaleji (tj. $v_1 > v_2$), z rovnice vyjde, že $\beta < \alpha$, což skutečně odpovídá tomu, že se v optimálním případě snažíme dráhu na pláži prodloužit oproti dráze ve vodě.

Nyní tyto úvahy aplikujeme na světlo, které proniká z jednoho prostředí (např. vzduchu) do jiného, kde se také může šířit (např. voda). Světlo se v různých prostředích šíří různou rychlostí. Ve vakuu je jeho rychlost $c \doteq 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Pro další prostředí, jako například vzduch, voda atd. zavádíme veličinu nazývanou index lomu n. Pomocí této veličiny se rychlost šíření spočítá jednoduše jako[3]

$$v = \frac{c}{n}\,. \tag{2}$$

[2] V rovnici se objevuje goniometrická funkce sinus, pokud jste se s ní ještě nesetkali, není to pro další pochopení textu žádný závažný problém. Stačí si ji představit jako tlačítko na kalkulačce. Pokud na ní zmáčkneme tlačítko sin a zadáme například úhel 45 °, kalkulačka nám „vrátí“ číslo přibližně 0,707. Tímto způsobem kalkulačka vrátí číslo od 0 do 1 pro všechny úhly od 0 do 90 °, přičemž $\sin 0° = 0$, $\sin 90° = 1$ a pro úhly mezi 0 a 90 hodnota postupně narůstá od 0 do 1.

[3] Dodejme, že toto je opět zjednodušený pohled. Existují i složitější situace, kdy neplatí, že by rychlost paprsku byla rovna $v = c/n$.

V tabulce 1 jsou uvedeny indexy lomu některých materiálů pro viditelné světlo.

materiál	index lomu
vakuum	1
vzduch	1,000 3
voda	1,33
sklo	1,5 až 1,9

Tab. 1: Indexy lomu některých materiálů

Když dosadíme rovnici (2) do rovnice (1), dostaneme tzv. *Snellův zákon.*

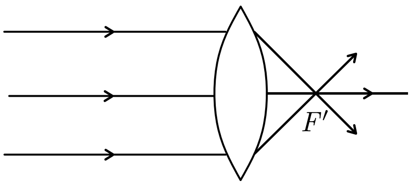
$$n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$$

S podobnými argumenty jako u lomu bychom mohli postupovat i u odrazu. Není těžké si rozmyslet (můžete si to sami vyzkoušet jako domácí cvičení), že pokud bychom nakreslili na papír dva body a zrcadlo a požadovali bychom, aby se světlo při pohybu odrazilo od zrcadla, tak nejkratšímu času odpovídá trajektorie, pro kterou je *úhel dopadu roven úhlu odrazu.*

Čočka, ohnisková vzdálenost

Viděli jsme, že když světlu postavíme do cesty jiný materiál, změní směr svého šíření. Tohoto jevu bychom chtěli využít ke koncentrování paprsků. Proč je něco takového výhodné? Představme si, že sledujeme vzdálený dům. To, jak dobře jsme schopni rozlišit jeho detaily, závisí na tom, jakou část našeho zorného pole zabírají (tj. jakou mají úhlovou velikost). Pokud by se nám paprsky například pomocí několika vhodně tvarovaných kusů skla podařilo koncentrovat, tak by do našeho oka dopadaly paprsky pod větším úhlem, zdánlivě by se zvětšila úhlová velikost a dokázali bychom rozlišit více detailů. Přesně k tomuto účelu se dají využít spojné čočky („spojky“).

Nejjednodušší model čočky je tzv. tenká čočka. Tenká spojka má takovou charakteristickou vlastnost, že rovnoběžný svazek paprsků dopadající kolmo k čočce koncentruje do bodu nazývaného ohnisko tak, jako na obrázku 3. Tenké čočky mají dvě ohniska (jedno před čočkou, jedno za ní), obě jsou od čočky stejně vzdálena. V nákresech se ohnisko před čočkou obvykle značí písmenem F a ohnisko za čočkou F'.



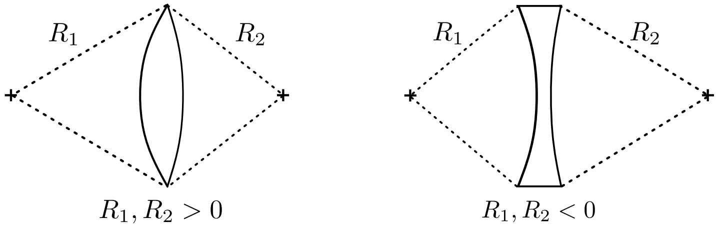
Obr. 3: Lom svazku rovnoběžných paprsků na spojné čočce

Zkusme této vlastnosti tenké spojky porozumět pomocí principu nejkratšího času. Ohnisko leží na ose čočky, tedy paprsek, který dopadá rovnoběžně s osou čočky a prochází jejím středem, urazí nejkratší vzdálenost. Uvažme jiný paprsek dopadající taktéž rovnoběžně, který tentokrát neprochází středem (viz obrázek 3). Ten se po průchodu čočkou zlomí tak, že také dopadne do ohniska, při tom ovšem urazí ve vzduchu větší vzdálenost. Aby byla celková doba letu obou paprsků stejná,[4] musí urazit menší vzdálenost uvnitř čočky, která tudíž musí být uprostřed tlustší než na krajích.[5]

Skutečný tvar spojné čočky je velmi blízký dvěma tenkým „slepeným“ kulovým úsečím[6] s poloměry R_1 a R_2 podobně, jako znázorňuje obrázek 4. Se znalostí těchto poloměrů a indexu lomu použitého skla n lze spočítat vzdálenost f ohniska od středu čočky. Pro čočku umístěnou ve vzduchu konkrétně platí

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \tag{3}$$

Vidíme tedy, že málo zakřivené sklo (s velkou hodnotou R) odpovídá větší ohniskové vzdálenosti f. To je v souladu s očekáváním – nezakřivená čočka je prakticky destička, která směr letu paprsků nezmění.



Obr. 4: Konstrukce spojné a rozptylné čočky

Ke vztahu pro ohniskovou vzdálenost ještě doplníme dvě poznámky. První je, že vztah platí pouze pro tenké čočky, tedy čočky, jejichž tloušťka je mnohem menší než poloměry R_1 a R_2 (například pro čočku o tloušťce několika milimetrů musí mít oba poloměry řádově desítky centimetrů).

Druhá poznámka je, že některé zdroje (například Wikipedie) tuto rovnici uvádí s opačným znaménkem u R_2. To, jaké znaménko v rovnici použijeme, závisí na tzv. *znaménkové konvenci.* Znaménková konvence je v optice soubor pravidel, kterými se musíme řídit, pokud chceme z rovnic dostat smysluplné výsledky.

Konvence, kterou používáme v tomto textu, je následující. Pokud je čočka na jedné straně tzv. vypouklá (viz obrázek 4 vlevo), je poloměr příslušící k této straně čočky kladný, pokud je dutá (viz obrázek 4 vpravo), charakterizujeme ji záporným poloměrem. Všimněme si, že potom v rovnici 3 v závislosti na poloměrech může ohnisková vzdálenost f vyjít kladná, nebo záporná. I tento výsledek je ošetřený znaménkovou konvencí – $f > 0$ představuje *spojku* a $f < 0$ odpovídá jinému typu čočky nazývanému *rozptylka.* K rozptylce se ještě vrátíme a prozatím jen uveďme, že (na rozdíl od spojky) rovnoběžný svazek paprsků rozptyluje (jak můžeme uhodnout z názvu).

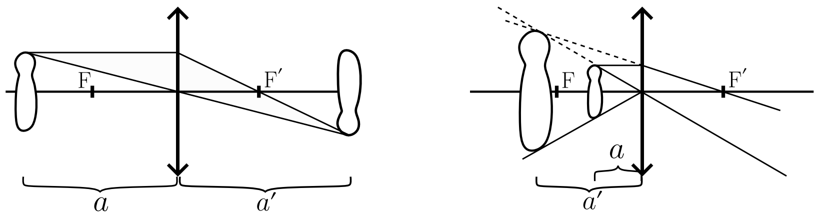
[4]Stejná doba letu pro obě trajektorie je vyžadována z toho důvodu, že oba paprsky začínají a končí ve stejných bodech (počáteční se nachází pomyslně v nekonečnu, koncový v ohnisku). Stejný čas letu pro obě trajektorie z pohledu principu nejkratšího času způsobí, že světlo nebude mít mezi nimi preferenci a bude moci letět oběma. Obě dráhy tak budou reálné.

[5]S pomocí principu nejkratšího času se dá dokonce přesný tvar čočky spočítat. Tento výpočet je ovšem pracný, proto ho zde provádět nebudeme.

[6]`https://cs.wikipedia.org/wiki/Kulová_úseč`

Zobrazovací rovnice

U čoček zbývá odpovědět na poslední otázku – co se stane, pokud se skrze ni podíváme na nějaký předmět. Pro začátek uvažujme spojku, před niž umístíme předmět do vzdálenosti a tak, jako na obrázku 5 vlevo. Z každého „bodu“ tohoto předmětu budou do všech směrů vycházet paprsky. Nás nyní zajímá, v jakém místě (pokud vůbec) se za čočkou tyto paprsky opět spojí.



Obr. 5: Zobrazení předmětu na spojné čočce ve dvou různých polohách vůči ohnisku

Tuto úlohu již možná umíte vyřešit graficky ze školy. Stačí uvažovat dva paprsky: první dopadá na čočku kolmo a víme o něm, že se zlomí do ohniska, druhý prochází jejím středem. Ten svůj směr nijak nezmění, protože u středu čočky je povrch skla kolmý na její osu, tedy je to něco, jako když paprsky procházejí skrz okno (viz obrázek 5 vlevo). V místě, kde se paprsky protnou, pak vzniká tzv. *skutečný obraz*. Ten bychom mohli promítnout například na kus papíru.

Toto je ovšem jen jedna z možností, které mohou nastat. Skutečný obraz vznikne, pokud je zobrazovaný předmět za ohniskem (viz obrázek 5 vlevo). Jestliže bychom umístili předmět před ohnisko (viz obrázek 5 vpravo), uvažované paprsky by se za čočkou vůbec neprotnuly! Vidíme ovšem, že oba paprsky zdánlivě vycházejí z jednoho bodu ještě před čočkou. V takovém případě říkáme, že vzniká *zdánlivý obraz*, a z obrázku 5 vidíme, že zdánlivý obraz je pro spojku vždy větší než původní předmět.

K čemu je zdánlivý obraz užitečný? Představme si, že pozorujeme nějakého brouka lupou. V lupě je spojka a když brouka umístíme před ohnisko lupy, bude se našemu oku zdát, že paprsky nevycházejí z původního brouka, ale z nějakého nového většího brouka! Tedy lupa udělá přesně to, co od ní očekáváme – zvětší úhlovou velikost brouka a tím nám umožní rozlišit detaily.[7]

Nyní konečně představíme, jak lze stejné výsledky získat výpočtem. Pro tenkou čočku platí následující vztah – tzv. *zobrazovací rovnice*

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'}\,, \tag{4}$$

kde a je vzdálenost zobrazovaného předmětu od středu čočky a a' je vzdálenost výsledného obrazu od čočky.

V zobrazovací rovnici opět musíme dát pozor na znaménkovou konvenci.[8] Znaménka f už známe. Kladné f odpovídá spojce a záporné f rozptylce. Zobrazovaný předmět je před čočkou,

[7] Pokud doma najdete lupu a pokusíte se tyto výsledky ověřit experimentálně, možná zjistíte, že se nechová přesně tak, jak tu popisujeme. Je to proto, že čočka v lupě typicky nesplňuje podmínky pro použití modelu tenké čočky. Stále ovšem bude platit, že pozorovaný předmět chceme umístit před ohnisko, jen výsledné zvětšení bude jiné, než předpovídá námi použitý model.

[8] I zde se můžeme v některých zdrojích setkat s jiným znaménkem u a'.

tedy a je kladné.[9] Nakonec vzdálenost a' obrazu od středu čočky je kladná, pokud vznikne skutečný obraz za čočkou, a záporná, pokud vznikne zdánlivý obraz před čočkou.

Porovnejme nyní výsledky, které nám dá zobrazovací rovnice, s našimi dosavadními úvahami. První klíčová vlastnost spojky byla, že rovnoběžný svazek paprsků zobrazí do ohniska. Jak ovšem rovnoběžný svazek dosadit do rovnice? Pro rovnoběžný svazek používáme úmluvu, že $1/a = 0$.[10] Takto ze zobrazovací rovnice rovnou dostaneme $a' = f$, tedy rovnoběžný svazek se skutečně koncentruje do ohniska.

Dále uvažme například rozptylku, o níž jsme zatím moc nehovořili. Její ohnisková vzdálenost je záporná, tedy si její ohniskovou vzdálenost napíšeme pomocí absolutní hodnotyjako $f = -|f|$. Dosazením do zobrazovací rovnice a úpravou dostaneme

$$a' = -\frac{a\,|f|}{a + |f|}\,,$$

tedy je $a' < 0$, což znamená, že rozptylka vytváří zdánlivý obraz.[11] Tento výsledek si můžeme ověřit i graficky. Zde se tím nebudeme detailně zabývat, jen uvedeme, že u rozptylky opět uvažujeme dva paprsky – jeden prochází přes střed, druhý jde kolmo na čočku a po průchodu zdánlivě vychází z ohniska před čočkou.

Zrcadla

V textu jsme se věnovali hlavně čočkám. Velmi podobná teorie je ovšem vybudovaná i pro některá zrcadla. Jen stručně shrneme, že těmito typy zrcadel jsou (podobně jako u čoček) *dutá* a *vypuklá*. Tato zrcadla mají přibližně kulový tvar s odpovídajícím poloměrem R. Z tohoto poloměru zrcadla jde snadno spočítat ohnisková vzdálenost. Platí $f = R/2$ se znaménkovou konvencí, že duté zrcadlo má ohniskovou vzdálenost kladnou ($f > 0$) a vypuklé zápornou ($f < 0$).

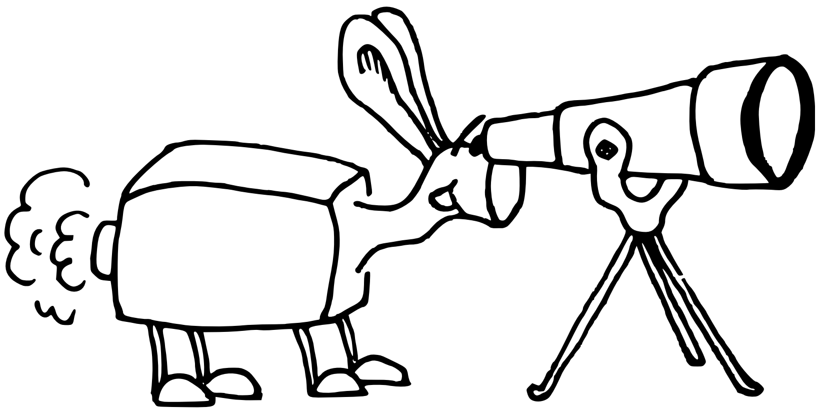
Pro zrcadla poté platí stejná zobrazovací rovnice (4), pouze s odlišnou znaménkovou konvencí u a'. Pokud je a' kladné, vytvoří se skutečný obraz před zrcadlem. Záporné a' odpovídá zdánlivému obrazu za zrcadlem.

Jiří Kohl
`jirkak@vyfuk.mff.cuni.cz`

[9] Někdy je potřeba uvažovat i záporné a. S tím se můžeme setkat například při zobrazování více čočkami za sebou. Takovým případům se zde ovšem věnovat nebudeme.

[10] Z matematického hlediska tato rovnost vypadá jako naprostý nesmysl – žádné číslo nesplňuje, že by jeho převrácená hodnota byla nulová. Proto jsme tuto rovnost označili pouze jako úmluvu. Motivace k této úmluvě je, že rovnoběžný svazek paprsků typicky vychází z velmi vzdálených zdrojů (například hvězdy). Pro vzdálené zdroje je tedy a velmi velké číslo a $1/a$ je velmi malé, tedy řekneme, že je prakticky nulové.

[11] Kromě situace, kdy je $a < 0$, viz předchozí poznámku.



Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8

www: `https://vyfuk.mff.cuni.cz`
e-mail: `vyfuk@vyfuk.mff.cuni.cz`

/ksvyfuk ***@ksvyfuk***

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.