

výpočty fyzikálních úkolů

Milí kamarádi,

v rukou držíte brožurku druhé série Výfuku. Čekají vás v ní úlohy o pohyblivém chodníku, průzkumu oceánu či práskání bičem. V experimentu se budete zabývat chladnutím vody s pěnou a bez ní a ve Výfučení navážete na ideální plyn úvahami o teple.

Kromě Výfuku si můžete zasoutěžit i v týmu, a to v soutěži Náboj Junior, která se koná 24. listopadu na mnoha místech v ČR i zahraničí. Abyste se tedy mohli soutěže zúčastnit, nemusíte cestovat nikam daleko, stačí pouze sestavit čtyřčlenný tým z vaší školy a říct vašemu učiteli, ať vás přihlásí.

Kromě toho pro vás chystáme Podzimní setkání, které se uskuteční 10.–12. listopadu v Praze. Těšit se můžete na zajímavé přednášky, venkovní i vnitřní hry, exkurze na zajímavá místa a na setkání s podobně naladěnými kamarády.

Organizátoři
vyfuk@vyfuk.org



Zadání II. série



Termín odeslání: 20. 11. 2023 20.00

Úloha II.1 ... Od pólu k pólu ⑥ ⑦

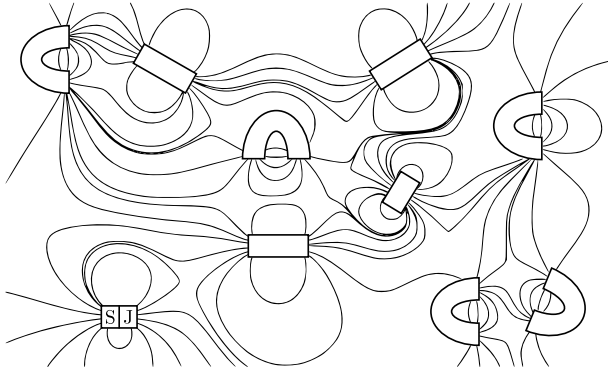
5 bodů

Výfuček si hrál s magnety a železnými pilinami. Na stůl položil několik magnetů a nasypal mezi ně piliny, které se následně seřadily ve směru indukčních čar magnetů. Zvýrazněné indukční čáry si Výfuček zakreslil spolu s polohou jednotlivých magnetů tak jako na obrázku 1. Všiml si, že na jednom magnetu je vyznačený směr jeho magnetizace (tj. poloha severního a jižního pólu). Určete podle Výfučkova obrázku směry magnetizace ostatních magnetů a zakreslete je do obrázku.

Podle čeho poznáte, u kterých stran magnetu se nachází jeho póly? Jak určíte, kde je který pól magnetu na základě známých pólů u ostatních magnetů?



matfyz

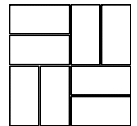


Obr. 1: Magnety neznámé magnetizace

Úloha II.2 ... Zarostlý vjezd ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

5 bodů

Jarda má u svého domu vjezd ke garáži o šířce 3,6 m a délce 9 m. Je vydlážděn dlaždicemi o rozměrech 20 cm krát 10 cm, které tvoří zámkovou dlažbu jako na obrázku. Ve spárách, jejichž šířka je zanedbatelná v porovnání s velikostí dlaždice, však prorůstá plevel. Kolik kilometrů spár musí Jarde vyčistit, aby na vjezdu žádný plevel nezůstal?

**Úloha II.3 ... Pohyblivý chodník ⑥ ⑦ ⑧ ⑨**

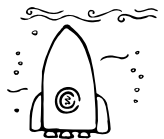
6 bodů

Kačka a Jirka spěchají na metro. Jirka kráčí podchodem rychlostí $2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, každý jeho krok měří 85 cm. Kačka jde po vodorovném pohyblivém chodníku jedoucím rychlostí $0,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, její kroky jsou ale o 25 cm kratší než Jirkovy. O kolik více jich musí za sekundu oproti Jirkovi udělat, aby se vůči podchodu pohybovala stejně rychle?

Úloha II.4 ... Tma jako v pytli ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

6 bodů

Raketa přistála na neznámé planetě, jejíž oceány má prozkoumat. V jaké maximální hloubce může dlouhodobě operovat, pokud ke svému provozu potřebuje, aby na její solární panely dopadalo alespoň 30 % záření dopadajícího na povrch planety? Přístroje změřily, že každých 10 m klesání v oceánu kapalina absorbuje 4 % procházejícího záření. Maximální hloubku stačí uvést s přesností na 10 m.

**Úloha II.5 ... K nezaplacení ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ★**

7 bodů

Viktor si pořídil bič a chce si s ním zkusit prásknout. Prásknutí můžeme modelovat předáváním energie mezi tím koncem biče, za který se bič drží, a druhým koncem biče, tzv. práskačkou.

1. Podařilo se Viktorovi prásknutí, respektive překonala práskačka rychlost zvuku, pokud se na začátku prásknutí držadlo biče vážící $M = 1 \text{ kg}$ pohybovalo rychlostí $v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a v jistém okamžiku se 70 % mechanické energie předalo práskačce vážící $m = 2 \text{ g}$?

2. Jak hlasitě bylo prasknutí slyšet (tj. jaká byla hladina intenzity zvuku) ve vzdálenosti $s = 2\text{ m}$ od práskačky, pokud prasknutí trvalo $t = 0,3\text{ s}$ a na jeho zvukovou energii se přeměnilo 5% mechanické energie práskačky?

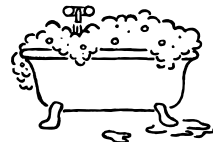
Úloha II.E ... Soňa se chce prohřát ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

Jednou za čas je Soně taková zima, že se potřebuje pořádně prohřát v horké vaně. Aby se mohla vyhřívat co nejdéle, vyrobí si ve vaně tlustou vrstvu pěny. Pomůže jí to?

Změřte, jak rychle vychladne hrnek horké vody bez pěny a jak rychle s pěnou do koupele. Který hrnek vychladl rychleji a proč?

Bonus: Změřte dobu chladnutí i pro jiné druhy pěny (jarová pěna, šlehačka...) a porovnejte výsledky experimentu.



Úloha II.V ... Výfuček a teplo ⑥ ⑦ ⑧ ⑨

7 bodů

- Výfuček si k obědu uvařil polévku. Nalil ji do porcelánového talíře a překvapilo ho, že po ustálení teplot porcelánu a polévky byl talíř velmi horký. Spočítejte jakou měl teplotu, jestliže počáteční teploty talíře a polévky byly 25 °C a 60 °C . Talíř má hmotnost 300 g a měrnou tepelnou kapacitu $1\,100\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}$. Polévky bylo půl litru s tepelnou kapacitou $4\,200\text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{°C}^{-1}$ (fyzikální vlastnosti polévky jsou velmi blízké vlastnostem vody). Uvažujte, že se teploty ustálí rychleji, než stihne větší množství tepla uniknout do okolí.
- Po vydatném obědě začal Výfuček pracovat na vlastním osobním výtahu. Místo klasické konstrukce se ale rozhodl ho pohánět dějem v ideálním dvouatomovém plynu.

Vzal proto utěsněnou válcovou nádobu s pohyblivým pístem o ploše $S = 0,3\text{ m}^2$. Potom se on sám na píst postavil, počkal, než se tlak v plynu vyrovná s novou zátěží, a začal plynu pomalu dodávat teplo. Kolik tepla mu musí dodat, aby ho výtah zvedl o $h = 2\text{ m}$, jestliže Výfuček spolu s pístem váží $m = 100\text{ kg}$? Atmosférický tlak je roven přibližně $p_a \doteq 100\text{ kPa}$ a tíhové zrychlení je $g \doteq 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Nápověda: Zamyslete se, o jaký děj v plynu se jedná. Všechny parametry potřebné k vyřešení úlohy máte zadané.



Výfučtení: Teplo a práce

V letošním druhém Výfučtení volně navážeme na první Výfučtení o ideálním plynu.¹ Hlavním tématem textu sice budou úvahy o teple, přesto však doporučujeme si před jeho čtením připomenout poznatky z minulého Výfučtení.

Asi každý má ze školy nějakou základní představu o teple, my si ji upevníme pomocí úvah o částicích tvořících látku. Díky tomu pochopíme, jak probíhá tepelná výměna a jak může látka spotřebovávat teplo a konat tím práci.

Takovéto úvahy jsou velmi důležité, koneckonců se jedná například o teoretické pozadí fungování parního stroje, který sehrál důležitou roli v průmyslové revoluci na přelomu 18. a 19. století.

¹https://vyfuk.org/_media/ulohy/r13/s1/vyfucteni1.pdf

Co je to teplo?

Jeden z prvních poznatků, se kterým se setkáme na hodinách fyziky již na základní škole, je, že látka je složena z částic, které se neustále neuspořádaně pohybují. Pohybující se částice mají kinetickou energii. V minulém Výfučtení jsme se dozvěděli, že čím větší je tato energie, tím větší má látka teplotu. Přímá úměra při tom platí pokud teplotu vyjádříme v jednotkách Kelvin. Připomeňme, že mezi stupni Celsia a kelviny platí převodní vztah

$$t[^\circ\text{C}] = T[\text{K}] - 273,15 \text{ K},$$

Kelvinova stupnice má tedy pouze posunutý počátek. Pokud pracujeme pouze s rozdíly teplot, jsou údaje v obou stupnicích ekvivalentní.

Vraťme se k našim úvahám. Jestliže chceme změnit teplotu látky, musíme nějak zvětšit nebo zmenšit energii chaotických pohybů částic, ze kterých je látka složena. Dva základní způsoby jak toho dosáhnout jsou dodáním tepla a konáním práce. K práci se ještě vrátíme, zaměříme se zatím na teplo.

Mějme dvě tělesa s různými teplotami, například horký čaj a studený hrnek. Když čaj nalijeme do hrnku, dostanou se částice obou látek do kontaktu a vzájemnými srážkami si začnou vyměňovat energii. Celkovou energii, kterou si takto vymění, nazveme předaným teplem. Teplo jako fyzikální veličina se obvykle značí Q a jeho jednotka je joule (stejně jako jednotka energie).

Teplo je rovno energii dodané chaoticky pohybujícím se částicím. Energie chaotických pohybů je ale úměrná teplotě. Platí tedy, že změna teploty látky ΔT je přímo úměrná dodanému teplu Q . Tento zákon je poměrně známý a obvykle se uvádí ve tvaru

$$Q = mc\Delta T,$$

kde m je hmotnost látky a c je jeho *měrná tepelná kapacita*. Jednotka c je

$$[c] = \text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$$

a chápeme ji jako množství tepla, které musíme dodat kilogramu látky, aby se ohřál o jeden stupeň (samí si rozmyslete proč je totéž říci, že se látka ohřeje o 1°C a o 1K).

Tepelná kapacita

Měrná tepelná kapacita je pro různé látky různá, pokusme se si jednoduše ujasnit proč. Teplota látky je úměrná energii částic. Abychom látku ohřáli o 1°C , musíme každé částici průměrně dodat nějaké teplo Q_1 . Celkové teplo, které látce dodáme, je pak rovno NQ_1 , kde N je počet částic. Ten je evidentně menší, pokud jsou částice látky těžší. Látky složené z těžších částic by tedy obecně měly mít menší tepelnou kapacitu.

Zároveň se však i průměrné teplo Q_1 dodané jedné částici pro různé látky liší. Záleží například na struktuře látky, velikosti molekul atd. Z toho důvodu se zavádí veličina nazývaná *molární tepelná kapacita* c_m , která je rovna teplu, které musíme dodat jednomu molu látky, aby se ohřál o 1°C

Připomeňme, že 1 mol látky obsahuje

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ částic},$$

takže molární kapacita již obsahuje pouze informace o teple dodaném jednotlivým částicím a nezávisí na jejich hmotnosti. K převodu mezi měrnou tepelnou kapacitou a molární tepelnou kapacitou pak stačí v periodické tabulce prvků najít *molární hmotnost* M_m (tj. hmotnost jednoho molu látky), protože platí

$$c_m = c \cdot M_m.$$

Na molární hmotnost si musíme dávat pozor, protože například v periodické tabulce prvků jsou často molární hmotnosti uváděny v gramech na mol. Aby vztah fungoval, je potřeba převést gramy na kilogramy.

Tepelné stroje

Ve zbytku Výfučení se budeme zabývat otázkou, která sehrála důležitou roli při vývoji naší civilizace: jak lze využít teplo ke konání práce?

Připomeňme, že práce je mechanická veličina definovaná jako

$$W = F \cdot s,$$

kde s je dráha, o kterou se posune těleso působením síly F ve směru této síly. O práci dále víme, že ji lze například měnit na mechanickou energii a obráceně.

Uvažujme, že chceme přeměnit kinetickou energii chaoticky pohybujících se částic látky na práci. Jednotlivé částice působí na okolní částice silami. Síly vznikají například v důsledku vzájemných nárazů, to je typické pro kapaliny a plyny, kromě toho mezi nimi existují i přitažlivé síly. U kapalin je příkladem důsledku těchto přitažlivých sil povrchové napětí – částice kapaliny se shlukují a vytvářejí kapky, u pevných látek je přitažlivá síla tak velká, že si látka udržuje svůj tvar.

Na konání práce navíc potřebujeme, aby se částice přesouvaly podél směru síly, kterou působí. Jeden ze způsobů, jak toho dosáhnout, je změna objemu látky. Přesně na tomto principu funguje například parní stroj. Spalováním uhlí se uvolní teplo, které se předá vodě. Ta se ohřeje a začne se měnit na páru. Pára je však plynné skupenství, přitažlivé síly mezi jejími molekulami jsou tedy mnohem menší než v případě vody. V důsledku toho začnou molekuly častěji a silněji narážet do stěn nádoby, ve které je pára držena. Částice pak můžeme nechat narážet například na pohyblivý píst. Při srážce částice s pístem se píst trochu rozpohybuje a částice ztratí část své energie. Kinetická energie částic se tedy přemění na roztláčení pístu, což chápeme jako vykonanou práci.

Práci lze konat i na úkor potenciální energie částic látky. Například když na napnutou gumu pověsíme závaží, gumu natáhneme a opět uvolníme, tak závaží vystoupá nahoru, čímž je vykonána práce, ale částice gumy se k sobě přiblíží, takže jejich celková potenciální energie klesne.

Vnitřní energie

V předchozích odstavcích jsme v různých úvahách o přenosech tepla a konání práce mluvili o mechanické energii jednotlivých částic látky. V termodynamice se jedná o tak důležitou veličinu, že si zaslouží vlastní název. Proto se zavádí pojem *vnitřní energie* tělesa U a je definována jako součet kinetických a potenciálních energií všech jednotlivých částic, ze kterých se těleso skládá:

$$U = \sum_{i=1}^N (E_{ki} + E_{pi}),$$

kde E_{ki} a E_{pi} jsou kinetická a potenciální energie i -té částice. Symbol Σ značí součet přes všech N částic, ze kterých se dané těleso skládá.

Pomocí vnitřní energie nyní můžeme přehledněji formulovat naše předchozí úvahy. Viděli jsme, že dodáním tepla Q látce její vnitřní energie vzroste. Pokud látka koná práci W , tak její energie klesne. To lze zapsat do jedné rovnice jako

$$\Delta U = Q - W.$$

Tomuto vztahu se říká *první termodynamický zákon*. Poznamenejme, že při používání vztahu je třeba dávat pozor na znaménka. Pokud je látce odebráno teplo, tak do vztahu dosazujeme Q záporné, stejně tak pokud okolí koná práci *na* látce (například stlačování plynu) tak dosazujeme W záporné. Proto je občas možné vidět zákon ve tvaru $\Delta U = Q + W$, který platí, pokud prohodíme znaménko u práce, tedy práce konaná látkou bude záporné číslo. My budeme v textu výhradně používat tvar $\Delta U = Q - W$.

Plyn koná práci

Na chvíli nyní odbočíme od úvah o vnitřní energii a najdeme vztah pro práci konanou ideálním plynem. Uvažujme válcovou nádobu naplněnou ideálním plynem, na jejímž jednom konci je pohyblivý píst o ploše S . Nádobu i píst dokonale izolují, z druhé strany pístu se nachází vzduch s atmosferickým tlakem p_a . Jelikož je píst pohyblivý, má i plyn uvnitř tlak $p = p_a$. Necht' má dále plyn počáteční teplotu T_1 a objem V_1 . Z předchozího Výfučtení víme, že pro ideální plyn platí *stavová rovnice*

$$\frac{pV}{T} = nR = \text{konst},$$

kde n je látkové množství plynu, které je v našich úvahách konstantní (plyn z nádoby neuniká), $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ je molární plynová konstanta a T je termodynamická teplota (dosazujeme ji tedy v kelvinech).

Plyn v naší nádobě má tlak p , proto tlačí na píst silou $F = p \cdot S$. Uvažujme, že plyn trochu zahřejeme. Pak tlak nepatrně vzroste, překoná vnější atmosférický tlak a píst se trochu posune, řekněme o malou vzdálenost Δx . Celkem tedy plyn vykoná práci

$$\Delta W \approx F \cdot \Delta x = p\Delta V.$$

V rovnici jsme použili symbol \approx , protože při pohybu pístu je tlak ve skutečnosti nepatrně větší než p . Pokud však dodáme dostatečně malé množství tepla, je rozdíl těchto tlaků zanedbatelný.

Z první termodynamické věty dále víme, že konáním práce začne plyn ztrácet vnitřní energii, částice plynu se tedy budou pohybovat pomaleji (názem na píst částice ztratí energii) a tlak v plynu klesne. Píst se tedy posune o takovou vzdálenost Δx , aby se tlak opět vyrovnal s okolním atmosferickým tlakem.

Když budeme takto pomalu plynu dodávat teplo, bude se píst pomalu posouvat, ale tlak bude po celou dobu stále přibližně stejný (jedná se tedy o *izobarický děj*). Celková práce, kterou plyn vykoná, je rovna

$$W = p \cdot (V_2 - V_1).$$

Pomocí stavové rovnice můžeme rozdíl objemů vyjádřit i pomocí počáteční a konečné teploty, což pro nás bude užitečné za chvíli. Máme například

$$V_1 = \frac{nRT_1}{p},$$

odkud dostaneme

$$W = nR(T_2 - T_1).$$

Práce konaná plynem lze spočítat i pro případy jiných dějů (například izotermický nebo adiabatický, viz předchozí Výfučtení). Je to však matematicky mnohem náročnější, protože při těchto dějích se tlak plynu nezanedbatelným způsobem mění.

Tepelná kapacita plynu

V předchozím Výfučtení jsme se dozvěděli, že pro vnitřní energii ideálního plynu platí

$$U = \frac{f}{2}nRT,$$

kde f je počet stupňů volnosti. O stupních volnosti si můžete více přečíst rovněž v předchozím Výfučtení, nám zde bude stačit pouze to, že pro plyn tvořený jednoatomovými molekulami (například helium, neon, argon atd.) platí $f = 3$ a plyn tvořený dvouatomovými molekulami (typicky vodík, kyslík, dusík) má $f = 5$.

Uvažujme, že plynu v uzavřené nádobě dodáme teplo Q . Objem plynu se nemění, tedy veškeré teplo se přemění na vnitřní energii:

$$Q = \Delta U = \frac{f}{2}nR\Delta T.$$

kde $\Delta T = T_2 - T_1$ je rozdíl teplot na konci a začátku ohřívání. Máme tedy, že molární tepelná kapacita plynu *za konstantního objemu* je rovna

$$C_V = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{f}{2}R.$$

Tepelná kapacita tedy pro ideální plyn závisí pouze na počtu stupňů volnosti jeho molekul! Reálné plyny se samozřejmě od zjednodušeného modelu ideálního plynu liší, tedy skutečné tepelné kapacity jsou nepatrně odlišné, přesto však takto jednoduchým výpočtem získáme relativně přesný výsledek.

Všimněme si, že jsme zde udělali něco zvláštního. O molární tepelné kapacitě jsme řekli, že výsledek platí pokud je objem konstantní. Co by se stalo, pokud by se při ohřívání plynu objem měnil? Pak by plyn konal práci a podle prvního termodynamického zákona by jeho vnitřní energie na konci celého děje byla menší než v případě konstantního objemu.

Spočítejme tepelnou kapacitu pro případ konstantního tlaku (který jsme studovali v předchozí kapitole). Platí

$$Q = \Delta U + W = \frac{f}{2}nR(T_2 - T_1) + nR(T_2 - T_1) = \frac{f+2}{2}nR\Delta T.$$

Molární tepelná kapacita *za konstantního tlaku* je tedy rovna

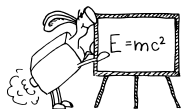
$$C_p = \frac{f+2}{2}R = C_V + R.$$

Podle očekávání je větší než C_V , neboť ohřát rozpínající se plyn je energeticky náročnější než ohřát plyn s konstantním objemem.

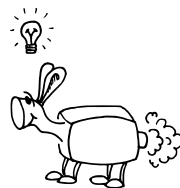
Veličina C_p je obvykle ta, se kterou se setkáme, pokud hledáme tepelné kapacity na internetu. Například na Wikipedii² zjistíme, že molární kapacita kyslíku je za normálních podmínek přibližně rovna $29,4 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Kyslík tvoří dvouatomové molekuly a pro ideální dvouatomový plyn můžeme snadným dosazením vypočítat $C_p = 29,1 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Vidíme, že přestože je model ideálního plynu velmi zjednodušený, stále dokáže předpovědět tepelné kapacity plynů za normálních podmínek řádově s jednoprocentní chybou.

Jiří Kohl

jirkak@vyfuk.org



Řešení I. série



Úloha I.1 ... Něco tu nehraje

5 bodů; průměr 4,69; řešilo 177 studentů

Soňa sedí ve vlaku, dívá se z okýnka a co nevidí: krajina ubíhá dozadu stálou rychlostí $160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ a na vedlejší koleji zdánlivě couvá vlak stálou rychlostí $40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Soňa se zarazí a chvilku přemýšlí, kterým směrem a jak rychle druhý vlak ve skutečnosti jede. Spočítejte to také.

Jistě se vám někdy stalo, že jste stáli na nástupišti a při pohledu na odjíždějící vlak nebo metro jste měli pocit, jako by s vámi odjíždělo nástupišť. Dochází k tomu, protože pohyb je tzv. *relativní*. Ve fyzice obvykle neříkáme, že nástupišť stojí a vlak jede, spíše že se vlak pohybuje *vůči* krajině nebo krajina *vůči* vlaku. Že vlak jede po zemi, a ne země po vlaku, náš mozek rozhodne, protože vlak trochu „drncá“, v zatáčkách působí odstředivá síla atd., ale lidé na nástupišti tyto síly nepozorují.

Pokud však vlak jede dostatečně plynule, náš mozek nedokáže rozlišit, co stojí a co jede, a vnímá pouze relativní pohyby. Velikosti a směry rychlostí pak určujeme vůči takzvanému *vztažnému tělesu* (přesně takto se ve fyzice popisují pohyby). O pohybech potom říkáme: „ve vztažné soustavě spojené s tímto tělesem je rychlost taková a taková“. V naší úloze jsou rychlosti zadány ve vztažné soustavě spojené se Soniným vlakem a naším úkolem je určit rychlosti vůči jinému vztažnému tělesu – vůči zemi.

Ve vztažné soustavě spojené se zemí se hýbe Soňa ve vlaku, zatímco ve vztažné soustavě spojené se Soniným vlakem se hýbe země a Soňa vzhledem k vlaku stojí. Je jasné, že hýbe-li se země vzhledem k Soně rychlostí $-160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ (couvá, proto záporné znaménko), hýbe se Soňa vzhledem k zemi rychlostí $160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ (Soňa vzhledem k zemi cestuje na opačnou stranu než země vzhledem k Soně, proto opačné znaménko).

Druhý vlak se ve vztažné soustavě spojené se Soňou pohybuje rychlostí $-40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ (Soňa ho vidí couvat, tedy záporné znaménko). Když se ale podíváme ze vztažné soustavy spojené se zemí, celý ten „balíček“ (Soňa + druhý vlak, který se hýbe vzhledem k Soně) se ještě hýbe vzhledem k zemi rychlostí $160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Druhý vlak tedy jede rychlostí celého balíčku minus rychlost, kterou v rámci tohoto balíčku couvá:

$$v = 160 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} - 40 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}.$$

²<https://en.wikipedia.org/wiki/Oxygen>

Rychlost vyšla kladná, druhý vlak se tudíž pohybuje stejným směrem jako Sonin vlak rychlostí $120 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ vůči zemi.

Soňa Husáková
sona@vyfuk.org

Úloha I.2 ... Těžké letáky

5 bodů; průměr 4,35; řešilo 381 studentů

Viktor se vydal vyzvednout na vrátnici letáčky Výfuku. Celkem jich přišlo $n = 20\,000$ vtištěných na papíru formátu A5 s gramáží $\rho = 120 \text{ g} \cdot \text{m}^{-2}$. Letáky jsou zabalené po 800 kusech. Viktor má na výběr ze dvou možností: buď odnese letáky v batohu, nebo je odveze na vozíku. V batohu unese najednou nejvýše $m = 10 \text{ kg}$ letáků, přičemž letáky nakládá po celých balících, a cesta do kanceláře mu trvá $t_1 = 1 \text{ min}$. Na vozík zvládne naložit všechny letáky najednou, ale cesta do kanceláře mu trvá $t_2 = 6 \text{ min}$.



Jaký způsob přepravy letáků z vrátnice do kanceláře má Viktor zvolit, aby byl hotový co nejdříve? Nezapomeňte, že se musí vždy vrátit na vrátnici i s vozíkem, který si tam půjčil. Cesta zpět na vrátnici trvá stejně dlouho jako do kanceláře a čas strávený manipulací s letáky je již zahrnutý do uvedených časů.

Kolik by muselo být letáků, aby byly oba způsoby stejně časově náročné?

Nejprve vypočítáme hmotnost jednoho letáčku. Rozměry papíru A5 jsou $148 \text{ mm} = 0,148 \text{ m}$ a $210 \text{ mm} = 0,210 \text{ m}$ a gramáž známe ze zadání $\rho = 0,120 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2}$. Jeho hmotnost tedy snadno určíme jako součin jeho plochy, kterou vypočítáme z jeho rozměrů, a gramáže:

$$m = \rho S = 0,120 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot 0,148 \text{ m} \cdot 0,210 \text{ m} \doteq 0,003\,73 \text{ kg} = 3,73 \text{ g}.$$

Vydělením celkového počtu letáček $n = 20\,000$ počtem letáček v jednom balení $n_B = 800$ zjistíme, že balíků je 25. S pomocí již vypočítané hmotnosti jednoho letáčku snadno určíme i hmotnost jednoho jejich balíku

$$m_B = n_B \cdot m = 800 \cdot 0,003\,73 \text{ kg} = 2,98 \text{ kg}.$$

Viktor může v batohu unést 10 kg papíru, takže najednou může vzít maximálně 3 balíky. Kdyby je nosil v batohu, musel by jít celkem devětkrát, neboť $25/3 \doteq 8,33$ a navíc by musel absolvovat i 9. cestu s tímto „přebytkem“ jednoho balíku. Cesta do kanceláře a zpět na vrátnici mu trvá 2 minuty, proto mu tento způsob zabere celkem $9 \cdot 2 \text{ min} = 18 \text{ min}$. Cestu s vozíkem zvládne najednou, jen se musí vrátit zpět na vrátnici, což mu dohromady zabere 12 min. Rychlejší tedy bude převážet letáky na vozíku, a to o 6 minut.

Nyní nás bude zájmat, kolik balíků by muselo dorazit, aby přeprava batohem trvala stejně dlouho jako vozíkem, tedy 12 minut. Jedna cesta mu trvá 2 minuty, proto zvládne za tento čas celkem $12/2 = 6$ cest. Během jedné cesty unese maximálně tři balíky, muselo by jich být tedy maximálně $6 \cdot 3 = 18$ a minimálně 16, neboť během své poslední cesty může nést i pouze 1 balík.

Oba způsoby zabere stejně dlouho, pokud dojde 16 až 18 balíků letáček, což odpovídá 12 800 až 14 400 letáčkům.

Anežka Čechová
anezka@vyfuk.org

Úloha I.3 ... Au, to pálí!

6 bodů; průměr 4,77; řešilo 195 studentů

Filip sjíždí na kole kopec o výšce $h = 8$ m. Jelikož je kopec velmi prudký, musí intenzivně brzdít, aby si udržel po celou dobu konstantní rychlost. Jeho kolo je opatřeno kotoučovými brzdami. Samotný kotouč má hmotnost $m = 200$ g a je vyroben z materiálu o měrné tepelné kapacitě $c = 553 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Na jakou teplotu se kotouč zahřeje, váží-li Filip i s kolem $M = 80$ kg? Počítejte, že počáteční teplota kotouče je $t_0 = 20$ °C a že veškerá energie ztracená brzděním kola se přemění na tepelnou energii kotouče. Filip brzdí pouze zadní brzdou. Vzhledem k tomu, že kopec není příliš vysoký, stihne jej sjet dříve, než kotouč předá nějaké množství tepla do okolí.



Při řešení této úlohy uplatníme zákon zachování energie. V celém našem příkladu uvažujeme, že se energie v daném systému neztrácí, pouze mění svou podobu. V tomto případě se jedná o přeměnu potenciální energie na teplo.

Jelikož Filip sjíždí kopec konstantní rychlostí, jeho kinetická energie se nemění. Jediná část jeho mechanické energie, která podléhá změně, je polohová energie. Jestliže Filip vážící společně s kolem $M = 80$ kg sjede kopec o výšce $h = 8$ m, klesne jeho potenciální energie (a tudíž i jeho celková mechanická) o hodnotu

$$\Delta E = Mgh,$$

kde $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení. Odevzdaná mechanická energie ΔE se však, jak jsme již naznačili, neztrácí, ale přeměňuje na jinou formu energie. Pokud Filip brzdí svými kotoučovými brzdami, vzniká na zadní brzdě vysoké tření, které kotouč rychle zahřívá. Ve výsledku pak probíhá přenos z potenciální energie Filipa na tepelnou energii kotouče.

Vztah mezi teplem Q dodaným kotouči a změnou jeho teploty, vyjadřuje tzv. *kalorimetrická rovnice*:

$$Q = mc(t - t_0),$$

kde $m = 200$ g odpovídá hmotnosti kotouče a $c = 553 \text{ J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ měrné tepelné kapacitě materiálu, z něhož je kotouč vyroben, $t_0 = 20$ °C je počáteční teplota kotouče a t naopak značí teplotu koncovou, kterou se snažíme najít.

Pokud se veškerá Filipova potenciální energie přemění na teplo předané kotouči, musí se ΔE rovnat Q . Z toho získáváme rovnici

$$Mgh = mc(t - t_0),$$

z níž již snadno vyjádříme koncovou teplotu t

$$t = t_0 + \frac{Mgh}{mc}.$$

Po dosazení všech hodnot vychází $t \doteq 76,8$ °C. Poté, co Filip sjede kopec, se tedy zadní kotouč jeho kola zahřeje na teplotu 76,8 °C.

Michal Stroff
stroffis@vyfuk.org

Úloha I.4 ... Vodní bitka

6 bodů; průměr 3,55; řešilo 123 studentů

Viktor si pořídil novou vodní pistoli. Ví, že při zmáčknutí spouště musí působit silou 10 N, přičemž se spoušť stlačí o 2 cm. Jak daleko pistole dostříkne, pokud ji bude Viktor držet vodorovně ve výšce 120 cm? Tryska má průměr 3 mm a na jedno zmáčknutí z ní vystříkne 10 ml vody. Odporové síly zanedbejte.



Ze zadání víme, že při jednom zmáčknutí bude muset Viktor působit silou $F = 10 \text{ N}$ po dráze $s = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$. Práce, kterou při stlačení vykoná, bude:

$$W = Fs = 10 \text{ N} \cdot 0,02 \text{ m} = 0,2 \text{ J}.$$

Tato vykonaná práce W bude následně předána vodě o objemu $V = 10 \text{ ml} = 10^{-5} \text{ m}^3$. Protože hustota vody je za pokojové teploty $\rho = 997 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, bude její hmotnost

$$m = \rho V = 997 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 9,97 \cdot 10^{-3} \text{ kg}.$$

Voda tím získá kinetickou energii E_k , pro kterou bude ze zákona zachování energie platit

$$E_k = W.$$

Kinetická energie závisí na rychlosti

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2.$$

Zkombinováním těchto vztahů dostaneme

$$\frac{1}{2}mv^2 = W.$$

Odsud vyjádříme jedinou neznámou, tedy rychlost jako

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2 \text{ J}}{9,97 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}} \doteq 6,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Nyní potřebujeme zjistit, jak dlouho se bude voda touto rychlostí pohybovat. Po celou dobu jejího letu na ni bude působit tíhová síla, která ji bude přitahovat k zemi až do okamžiku, kdy na zem dopadne. Čas, po který voda bude ve vzduchu a bude se rychlostí $v = 6,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pohybovat ve vodorovném směru, můžeme získat z doby volného pádu z výšky $h = 120 \text{ cm} = 1,2 \text{ m}$, ve které Viktor vodní pistoli drží. Volný pád je rovnoměrně zrychlený pohyb, pro jeho dráhu, která je v našem případě h , platí

$$h = \frac{1}{2}gt^2,$$

kde $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení na povrchu Země. Vyjádřením času t a dosazením dostaneme

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,2 \text{ m}}{9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}} \doteq 0,49 \text{ s}.$$

Nyní už známe rychlost $v = 6,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, kterou se bude voda pohybovat, a čas $t = 0,49 \text{ s}$, tedy dobu letu. Můžeme nakonec spočítat, do jaké vzdálenosti s vodní pistole dostříkne

$$s = vt = 6,33 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \cdot 0,49 \text{ s} \doteq 3,1 \text{ m}.$$

Viktorova nová vodní pistole se zadanými parametry dostříkne do vzdálenosti 3,1 m.

Úloha I.5 ... LED pásky

7 bodů; průměr 5,22; řešilo 232 studentů

Viktor má na koleji celkem 5 LED pásků, kterými si nasvěcuje interiér pokoje. Každý LED pásek sestává ze 120 paralelně zapojených segmentů (díky tomu lze LED pásky stříhat po jednotlivých segmentech), které se dále skládají vždy ze 3 sériově zapojených LED. Napětí zdroje pro každý LED pásek je $U = 12\text{ V}$, přičemž každou LED protéká proud $I = 20\text{ mA}$.

1. Jaký je celkový příkon Viktorových LED pásků?
2. Kolik Kč by Viktor za provoz LED osvětlení svého pokoje za rok zaplatil, pokud by jej měl zapnuté každý den v průměru $t = 1\text{ h}$? Viktor platí za 1 kWh elektřiny 12 Kč.

1. Podíváme se na jeden segment. Jelikož jsou segmenty zapojené paralelně, je na všech shodné napětí $U = 12\text{ V}$. V rámci segmentu jsou LED zapojené sériově, takže na každou diodu připadá $U/3 = 4\text{ V}$. Příkon jedné LED P_1 můžeme spočítat snadno jako součin napětí na LED a protékajícího proudu:

$$P_1 = \frac{1}{3}UI = 4\text{ V} \cdot 20\text{ mA} = 80\text{ mW}.$$

Viktor má v pokoji 5 LED pásků, každý s 360 LED. To je dohromady $360 \cdot 5 = 1\,800$ LED. Celkový příkon P spočítáme jako součin počtu LED a příkonu jedné LED:

$$P = 1\,800 \cdot P_1 = 1\,800 \cdot 80\text{ mW} = 144\text{ W},$$

Celkový příkon Viktorových LED pásků je tedy 144 W.

2. Ve druhé části se podíváme na provozní náklady. Příkon pásků známe, je to $P = 144\text{ W}$, a jestliže je osvětlení denně zapnuté průměrně $t = 1\text{ h}$, pak energie, kterou pásky denně spotřebují, je jednoduše

$$E_0 = P \cdot t = 144\text{ Wh}.$$

Rok má 365 dní (mohli bychom vzít v úvahu přestupné roky, a počítat 365,25 dní), pásky tedy ročně spotřebují energii

$$E = 365 \cdot E_0 = 52,6\text{ kWh}.$$

Cena jedné kWh je 12 Kč, takže za rok Viktor zaplatí přibližně 631 Kč.

Viktor Materna
materna@vyfuk.org

Úloha I.E ... Zrnko rýže

7 bodů; průměr 3,53; řešilo 350 studentů

Změřte co nejpřesněji průměrnou hmotnost jednoho zrnka (neuvařeného) rýže. Nezapomeňte uvést, o jaký druh rýže se jednalo.

Teorie

Naším cílem je zvážit co nejpřesněji zrnko rýže. Je zřejmé, že jeho hmotnost je příliš malá na to, abychom ho na obyčejných vahách zvážili přímo. Máme tedy dvě možnosti: buď si sehnat/sestříhat přesnější váhy, nebo zvážit zrnko více a výslednou hmotnost vydělit jejich počtem. V tomto řešení jsme se zabývali druhou možností. Potřebujeme tedy napočítat dostatečné množství zrnok rýže, poté je zvážit a výsledek vydělit jejich počtem pro průměrnou hmotnost zrnka rýže. K vážení používáme standardní kuchyňské váhy, které mají nejmenší dílek 1 g. Protože jsme v manuálu nenašli jejich přesnost, budeme jejich nejistotu uvažovat jako jeden dílek, tedy ± 1 g. Při pokusném zvážení 100 zrnok rýže jsme zjistili, že váží pouze přibližně 2 g, tedy musíme vážit mnoho stovek až tisíce zrnok pro získání přesného výsledku. Zároveň však pro kvalitu výsledku potřebujeme měření několikrát opakovat. Abychom nemuseli počítat příliš mnoho zrnok, zvolili jsme k měření metodu proložení přímkou. Ta spočívá v tom, že zvážíme vždy různý počet zrnok, který postupně navyšujeme (v našem případě po 100 zrnkách). Pokud označíme hmotnost jednoho zrnka m , pak hmotnost n zrnok rýže bude $M = nm$ a graf závislosti celkové hmotnosti na počtu zrnok bude přímkou. Protože zrnka rýže nemůžeme pokládat na váhu jen tak, ale musíme je dávat do misky s hmotností m_0 situace se nám mírně zkomplikuje. Závislost vahou naměřené hmotnosti pak bude vypadat jako

$$M = nm + m_0.$$

K určení hmotnosti zrnka rýže z naměřených hmotností M pro různá n použijeme program gnuplot, který body proloží přímkou a řekne nám parametry m a m_0 .³

Výsledky měření

K měření jsme používali loupanou sáčkovou rýži La Food. Jak už jsme psali výše, měření probíhalo tak, že jsme postupně na kuchyňské váze vážili misku, do které jsme vždy přidali 100 zrníček. Měřili jsme v průběhu dvou dnů, pro větší přesnost proto bylo měření rozděleno na dvě nezávislé části. Jednak kvůli různé vlhkosti a jednak kvůli jiné metodice počítání zrnok. První část měření probíhala 28. 8. 2023 pozdě večer, druhá část 29. 8. 2023 dopoledne. Oba dny byla vysoká vlhkost, teploty a vlhkosti získané z meteorologického archivu jsou uvedeny v tabulce 1, nejbližší meteorologická stanice se nacházela v Praze Ruzyni.⁴ V místnosti, kde probíhalo měření byla bezpochyby jiná vlhkost než venku, takže hodnoty chápeme jen jako orientační.

Měření z obou dnů jsme považovali za dvě odlišná měření, protože rýže nasává vzdušnou vlhkost, přes noc se tedy může změnit její hmotnost. Zároveň jsme pro obě měření používali mírně jinou metodiku. První den jsme za zrníčko rýže považovali každý kousek, který se nachází v pytlíku a druhý den jsme hlídali, že je zrníčko celé a ne jen ulomený kousek. Naměřené hmotnosti jsou uvedeny v tabulce 2. Tyto hmotnosti jsme dále vynesli do grafu a každý den proložili pomocí počítačového programu gnuplot přímkou.

³K proložení přímkou lze použít i Excel či jeho volně dostupné alternativy, ale ty obvykle neumějí určit nejistotu získaných parametrů

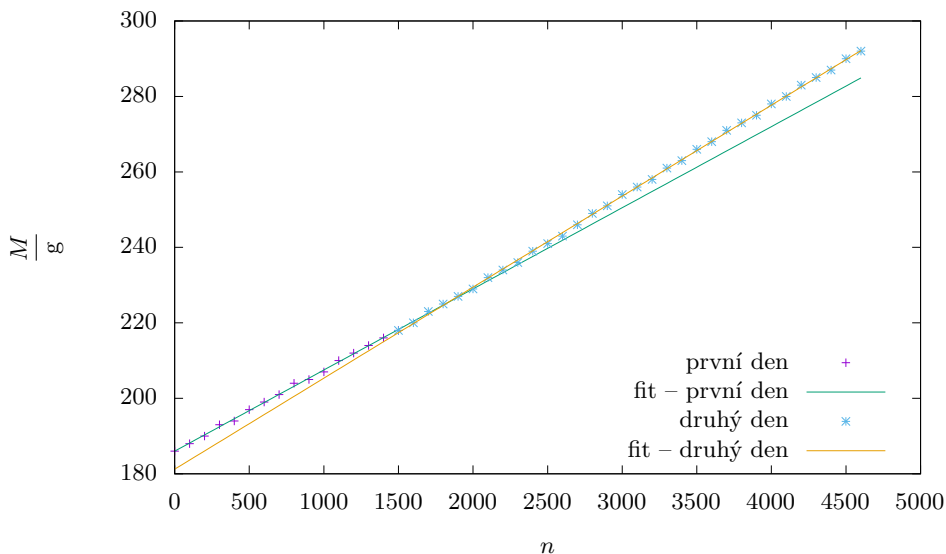
⁴https://www.in-pocasi.cz/archiv/praha_ruzyne/?detailed_typ=vlhkost&historie=2023-08-29

datum	čas	teplota	vlhkost
28.8.2023	0:00	11 °C	98 %
29.8.2023	11:00	12,4 °C	95 %

Tab. 1: Počasí z nejbližší meteostanice v době měření

první den		druhý den			
n	M/g	n	M/g	n	M/g
0	186	1500	218	3100	256
100	188	1600	220	3200	258
200	190	1700	223	3300	261
300	193	1800	225	3400	263
400	194	1900	227	3500	266
500	197	2000	229	3600	268
600	199	2100	232	3700	271
700	201	2200	234	3800	273
800	204	2300	236	3900	275
900	205	2400	239	4000	278
1000	207	2500	241	4100	280
1100	210	2600	243	4200	283
1200	212	2700	246	4300	285
1300	214	2800	249	4400	287
1400	216	2900	251	4500	290
1500	218	3000	254	4600	292

Tab. 2: Naměřené hmotnosti misky s rýží podle počtu zrníček



Obr. 2: Závislost hmotnosti misky s rýží podle počtu zrněk

Přímka z měření prvního dne má předpis $M = (21,5 \pm 0,2) \text{ mg} \cdot n + (186,0 \pm 0,2) \text{ g}$ a druhá přímka má předpis $M = (24,12 \pm 0,08) \text{ mg} \cdot n + (181,2 \pm 0,3) \text{ g}$. Z toho dostáváme hodnoty průměrné hmotnosti zrnka rýže $m = (21,5 \pm 0,2) \text{ mg}$ a $m = (24,12 \pm 0,08) \text{ mg}$.

Diskuse a závěr

Z měření průměrné hmotnosti zrnka rýže jsme dostali dvě mírně odlišné hodnoty. To je dáno jednak jinou metodou počítání zrněk a jednak delším časem na vzduchu před druhým měřením, během kterého mohla rýže absorbovat vzdušnou vlhkost. To nám ukazuje, že kromě druhu rýže je měření velmi závislé i na vnějších podmínkách, především na vlhkosti. Největší část nejistoty měření je způsobena nepřesností váhy, jejíž vliv jsme se však snažili co nejvíce eliminovat způsobem měření.

Kateřina Rosická
kackar@vyfuk.org

Úloha I.V ... Ideální plyn

7 bodů; průměr 2,74; řešilo 91 studentů

1. Viktor koupil na příští tábor Výfuku horkovzdušný balón. Hmotnost prázdného balónu je $m = 1000 \text{ kg}$ a vejde se do něj vzduch o objemu $V = 3000 \text{ m}^3$.

Na jakou teplotu musí ohřát vzduch uvnitř, aby se balón vzněs nad zem, jestliže má okolní vzduch teplotu 20°C ? Potřebné fyzikální vlastnosti vzduchu si dohledejte.

2. Uvažujme následující cyklus ideálního plynu. Na začátku má objem V , teplotu T a tlak p , přičemž jej nejdříve necháme izotermicky expandovat na objem $3V$. Poté jej budeme izochoricky zahřívát, následně jej izotermicky stlačíme na objem $2V$ a poté budeme izobaricky stlačovat do původního stavu. Na jaké teplotě musí probíhat druhá izoterma? Jaká je hodnota tlaku před izotermickým stlačováním? Celý cyklus zakreslete do p - V diagramu.
3. Jak bylo zmíněno ve Výfučení, je vnitřní energie součtem kinetických energií všech částic v plynu. Odhadněte pomocí tohoto tvrzení průměrnou rychlost jednotlivých částic plyného vodíku a dusíku za teploty 25°C a porovnejte ji s rychlostmi předmětů, které se běžně pohybují okolo vás. Pro oba plyny určete, kolik částic se nachází v objemu 1ℓ při této teplotě a tlaku 1 bar . Z předchozích výpočtů odhadněte (nepokoušejte se to spočítat přesně, k určení některých číselných koeficientů v přesném výsledku jsou potřeba velmi pokročilé znalosti), kolik částic okolního vzduchu vám za sekundu narazí do oka.

Podúloha 1

Aby se balón vznesl nad zem, musí na něj směrem nahoru působit síla, která bude větší než síla tíhová. Touto silou bude vztlaková síla, kterou bude okolní vzduch působit na balón. Její velikost je

$$F_{\text{vz}} = V\rho_{\text{v}}g,$$

kde ρ_{v} je hustota vzduchu mimo balón a g je tíhové zrychlení. Směrem k zemi působí tíhová síla o velikosti

$$F_{\text{G}} = mg + V\rho_{\text{u}}g,$$

kde jsme nezapomněli započítat tíhovou sílu vzduchu uvnitř balónu s hustotou ρ_{u} . Aby se balón mohl vznést, musí platit minimálně rovnost obou sil, ze které dokážeme vyjádřit potřebnou hustotu vzduchu uvnitř jako

$$mg + V\rho_{\text{u}}g = V\rho_{\text{v}}g \quad \Rightarrow \quad \rho_{\text{u}} = \rho_{\text{v}} - \frac{m}{V}.$$

Jak souvisí hustota s tlakem a teplotou jsme si ukázali ve Výfučení, potřebný vztah je

$$\frac{p}{\rho} = \frac{RT}{M_{\text{vzduch}}}.$$

Uvnitř i vně balónu musí být stejný tlak, aby nedošlo k nějakým výrazným přesunům plynů. Jeho hodnota bude stejná jako atmosférický tlak, protože se nacházíme blízko země. Teplotu vzduchu mimo balón označíme jako T_{v} , teplotu uvnitř jako T_{u} . Dosazením za ρ_{u} a ρ_{v} z předchozí rovnice dostaneme

$$\frac{p_{\text{a}}M_{\text{vzduch}}}{RT_{\text{u}}} = \frac{p_{\text{a}}M_{\text{vzduch}}}{RT_{\text{v}}} - \frac{m}{V},$$

odkud už vyjádříme potřebnou teplotu vzduchu uvnitř jako

$$T_{\text{u}} = \frac{p_{\text{a}}M_{\text{vzduch}}T_{\text{v}}V}{p_{\text{a}}M_{\text{vzduch}}V - mRT_{\text{v}}}.$$

Pro číselný výpočet potřebujeme mimo hodnoty v zadání znát ještě molární hmotnost vzduchu M_{vzduch} , atmosferický tlak p_a a hodnotu molární plynové konstanty R . Všechny tyto hodnoty najdeme ve Výfučení; $M_{\text{vzduch}} = 28,96 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, $p_a \approx 100\,000 \text{ Pa}$ a $R = 8,314 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Nyní již stačí jen dosadit⁵ a dostáváme výsledek, že vzduch v balónu musí mít teplotu přibližně $T_u \doteq 407 \text{ K} \doteq 134 \text{ }^\circ\text{C}$.

Podúloha 2

Kruhový děj s plynem je vyznačen čtyřmi body, mezi kterými plyn přechází pomocí jednotlivých dějů. Označme je popořadě jako A, B, C a D .

Druhá izoterma končí v bodě D , kde je tlak $p_D = p = p_A$ (do původního stavu A se dostaneme izobaricky) a objem $V_D = 2V$. Ze stavové rovnice ve tvaru

$$p_D V_D = nRT_D$$

si můžeme vyjádřit teplotu v bodě D (teplotu, na níž probíhá druhá izoterma) a dosazením dostáváme

$$T_D = \frac{p_D V_D}{nR} = \frac{p 2V}{nR} = 2 \frac{pV}{nR}.$$

Zlomek pV/nR však, jak snadno zjistíme ze stavové rovnice, odpovídá teplotě v bodě A , tedy teplotě T . Celkem tedy získáváme výsledek

$$T_D = 2T.$$

Tlak v bodě C určíme z hodnoty teploty a objemu jako

$$p_C = \frac{nRT_C}{V_C} = \frac{nR2T}{3V} = \frac{2}{3}p.$$

Graf cyklu vidíte na obrázku 3. Poznamenejme, že pro sestavení grafu bylo potřeba dopočítat tlak v bodě B . Z bodu A do B se dostaneme izotermicky, dostaneme tedy

$$p_A V_A = p_B V_B \implies p_B = \frac{p}{3}.$$

Podúloha 3

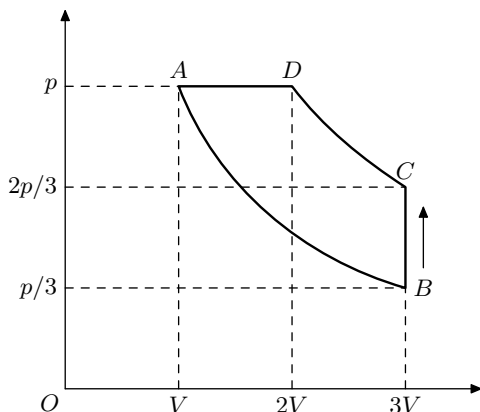
Ve Výfučení jsme uvedli tvar pro vnitřní energii ideálního plynu. V zadání se ptáme na rychlosti částic. Z Výfučení víme, že dvouatomový plyn má pět stupňů volnosti, z nichž tři odpovídají posuvnému pohybu a dva otáčení. Celková vnitřní energie plynu je tedy

$$U = \frac{5}{2}nRT.$$

My však chceme vypočítat rychlost částic, zajímá nás tedy jen energie související s posuvným pohybem (tedy energie, která není spotřebována na otáčení), a tak budeme počítat s vnitřní energií posuvného pohybu U_p

$$U_p = \frac{3}{2}nRT = \frac{3}{2} \frac{N}{N_A} RT,$$

⁵Samozřejmě nesmíme zapomenout na to, že teplotu musíme dosazovat v kelvinech a molární hmotnost v kilogramech na mol.



Obr. 3: Hledaný p-V digram

kde jsme za látkové množství dosadili z definičního vztahu počet částic dělený Avogardovou konstantou. Vnitřní energie jedné částice takto bude rovna její kinetické energii

$$\frac{U}{N} = \frac{3}{2} \frac{RT}{N_A} = \frac{1}{2} mv^2,$$

odkud najdeme rychlost částice jako⁶

$$v = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_m}}.$$

Z tabulek můžeme vyčíst, že molární hmotnost pro molekulu vodíku je $M_{H_2} = 2,016 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, zatímco pro dusík to je $M_{N_2} = 28,02 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$. Dosazením následujících hodnot do odvozeného vztahu za $T = 298,15 \text{ K}$ a $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ dostaneme rychlosti $v_{H_2} \doteq 1920 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $v_{N_2} \doteq 520 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Je vidět, že molekuly vodíku se pohybují násobně rychleji oproti dusíku. Zároveň se jedná o rychlosti, se kterými se v běžném životě moc nesetkáme. Z běžných dopravních prostředků se jim blíží jenom letadla, která létají rychlostí řádově $250 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Pokud bychom cestovali rychlostí vodíkových molekul mezi Brnem a Prahou, trvala by tato cesta něco pod dvě minuty! Protože se však molekuly pohybují náhodně všemi směry, nepozorujeme žádné výrazné přesuny vzduchu kolem nás. Také je potřeba zmínit, že touto rychlostí se nepohybují všechny molekuly, ale že se jedná jen o orientační odhad v jistém smyslu průměrné rychlosti.

Ve druhém úkolu první části máme určit počet molekul v objemu jednoho litru za tlaku 1 bar. Jednoduše dosadíme do stavové rovnice, kterou poté celou přenásobíme Avogardovou konstantou N_A a dostaneme počet částic jako

$$N = N_A n = N_A \frac{pV}{RT} \doteq 2,4 \cdot 10^{22}.$$

⁶Poznamenejme, že vypočítaná rychlost není přesně průměrná rychlost, jedná se o tzv. *střední kvadratickou rychlost*.

Počet molekul v jednom litru za standardních podmínek je tedy nepředstavitelně vysoký a nezávisí na druhu plynu.

Pro určení počtu částic, které nám narazí za čas $t = 1$ s do oka, vyjdeme z hodnoty atmosférického tlaku $p_a = 10^5$ Pa. Když jej vynásobíme plochou oka S , dostaneme působící sílu $F = pS$. Tato síla je také rovna změně hybnosti částic, které do oka narazí za jednotku času. Hybnost jedné částice označme \mathbf{p} . Jedná se o vektor, nás však bude zajímat pouze složka kolmá k povrchu oka p_{\perp} , která má hodnotu mv_{\perp} . Změna hybnosti částice při nárazu je $2mv_{\perp}$, protože částice musí zastavit a poté získat zpět původní rychlost.

Vložíme-li předchozí úvahy do rovnice, dostaneme

$$F = pS = N \frac{2mv_{\perp}}{t} \Rightarrow N = \frac{pS t}{2mv_{\perp}} = N_A \frac{pS t}{2M_{\text{vzduch}} v_{\perp}},$$

kde N je hledaný počet částic, které za čas t narazí do našeho oka, a kde jsme v druhém kroku vyjádřili hmotnost jedné částice vzduchu pomocí jeho molární hmotnosti a Avogadrovy konstanty.

Ještě odhadneme $v_{\perp} = v/3$, kde rychlost $v \doteq 510 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ vypočítáme stejně jako pro vodík a dusík v předchozí části, akorát dosadíme molární hmotnost vzduchu z Výfučení. Faktor $1/3$ jsme odhadli z toho, že ve 3D systému mohou rychlosti částic mířit do os x , y a z a v průměru pouze třetina z nich míří pouze např. do osy z . Při přesném odvození bychom zjistili, že ani faktor $1/3$ není správný, ale protože se jedná pouze o odhad, budeme dále počítat s ním. Pokud jste na něj zapomněli úplně, je možné úlohu bez ztráty bodu dopočítat i bez něj.

Plochu oka můžeme odhadnout například pomocí pravítka. Oko má každý člověk jinak velké, také záleží na tom, jak moc je otevřeno atd. Když tedy oko hrubě aproximujeme obdélníkem, máme šířku přibližně $2,5 \text{ cm}$ a výšku $1,5 \text{ cm}$, odkud plocha $\approx 4 \text{ cm}^2$. Po dosazení dostáváme

$$N \doteq 2,5 \cdot 10^{24}.$$

Jaroslav Herman
herman@vyfuk.org



Pořadí řešitelů po I. sérii

Kategorie šestých ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	5	5	6	6	7	7	7	43	43
1.–2. <i>Richard Menšík</i>	G, Boskovice	5	5	6	–	7	7	3	33	33
1.–2. <i>Filip Petrásek</i>	ZŠ Nepomucká, Praha 5 - Košíře	5	5	6	2	7	2	6	33	33
3. <i>Martina Mrázová</i>	ZŠ Palachova, Brandýs nad Labem	5	5	6	3	5	–	4	28	28
4. <i>Jan František Lukáš</i>	ZŠ Dr. M. Tyrše Hrdějovice	5	5	6	–	7	3	–	26	26
5. <i>Melinka Čejpová</i>	Arcibiskupské G, Praha	3	5	6	–	7	4	–	25	25
6. <i>Marek Tóth</i>	G, Ústí nad Orlicí	5	5	–	–	7	5	–	22	22
7.–9. <i>Adam Abd El Dayem</i>	ZŠ a MŠ Třebízského, Kralupy nad	5	3	2	0	5	2	2	19	19

jméno	škola	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
<i>Student Pilný</i>	MFF UK	5	5	6	6	7	7	7	43	43
7.–9. <i>Martin Jirout</i>	ZŠ Kuncova, Praha 5 - Stodůlky	5	5	–	–	5	4	–	19	19
7.–9. <i>Antonín Žaloudek</i>	G J. Blahoslava, Ivančice	5	3	–	–	7	4	–	19	19
10. <i>Johana Vacková</i>	22. základní škola Plzeň	5	5	5	–	–	3	–	18	18
11.–14. <i>Martin Krob</i>	ZŠ Husovo náměstí, Rakovník	5	5	–	–	5	2	–	17	17
11.–14. <i>Marek Roučka</i>	ZŠ Dobřany	5	4	0	1	2	5	–	17	17
11.–14. <i>František Urban</i>	G, Benešov	5	3	6	–	–	3	–	17	17
11.–14. <i>Ema Vacková</i>	Fakultní ZŠ pPedF UK Praha 13	5	5	5	–	–	2	–	17	17
15.–16. <i>Karel Olšar</i>	G, Český Krumlov	5	5	–	–	4	2	–	16	16
15.–16. <i>Tobiáš Vágner</i>	G J. Vrchlického, Klatovy	5	5	–	–	–	6	–	16	16
17.–19. <i>Vojtěch Kubišta</i>	ZŠ Jakuba Arbesa, Most	5	5	–	–	3	2	–	15	15
17.–19. <i>Petr Kysela</i>	G, Český Krumlov	5	4	–	–	–	6	–	15	15
17.–19. <i>Kristýna Rybková</i>	ZŠ Úvoz, Brno	5	5	–	–	–	5	–	15	15
20.–23. <i>Eliška Hauptová</i>	G J. V. Jirsíka, Č. Budějovice	5	5	–	–	–	4	–	14	14
20.–23. <i>Richard Kulda</i>	ZŠ a MŠ Dolní Loučky	5	5	–	–	–	4	–	14	14
20.–23. <i>Kristýna Kuldová</i>	G Tišnov	5	5	–	–	–	4	–	14	14
20.–23. <i>Aneta Mužíková</i>	ZŠ Hornická, Tachov	5	5	–	–	–	4	–	14	14
24.–31. <i>Viktor Bachmann</i>	ZŠ Glowackého, Praha 8 - Troja	5	5	–	–	–	3	–	13	13
24.–31. <i>Filip Mayer</i>	ZŠ Svážná, Most	4	5	–	–	–	4	–	13	13
24.–31. <i>Ondřej Mendlík</i>	ZŠ a MŠ Nerudova, Č. Budějovice	5	4	–	–	–	4	–	13	13
24.–31. <i>Monika Pachlopníková</i>	ZŠ Brno, Sirotkova 36	5	5	–	–	–	3	–	13	13
24.–31. <i>Martin Rakusan</i>	ZŠ sv. Voršily Praha 1	5	4	–	–	–	4	–	13	13
24.–31. <i>Štěpán Smolík</i>	G Christiana Dopplera, Praha	5	4	–	–	–	4	–	13	13
24.–31. <i>Filip Svatoš</i>	Jungmannova ZŠ Beroun 2	5	5	–	–	–	3	–	13	13
24.–31. <i>Jason Sýkora</i>	G K. Čapka, Dobříš	5	5	–	–	–	3	–	13	13
32.–35. <i>Václav Červený</i>	ZŠ Hornoměřická, Praha 10	5	–	–	–	5	2	–	12	12
32.–35. <i>Emilie Kimmerová</i>	ZŠ a MŠ Kotlářská, Brno	5	4	–	–	–	3	–	12	12
32.–35. <i>Filip Macák</i>	ZŠ a MŠ Třebízského, Kralupy nad	5	5	–	–	–	2	–	12	12
32.–35. <i>Zuzana Švábková</i>	ZŠ Hornická, Tachov	5	5	–	–	–	2	–	12	12
36.–39. <i>Jakub Fízel</i>	G dr. A. Hrdličky, Humpolec	5	5	–	–	–	1	–	11	11
36.–39. <i>Jan Karafiát</i>	ZŠ Třebechovice pod Orebem	5	3	–	–	–	3	–	11	11
36.–39. <i>Anna Neumannová</i>	22. základní škola Plzeň	5	4	–	–	–	2	–	11	11
36.–39. <i>Viktorie Zemanová</i>	ZŠ Kralovice	5	4	–	–	–	2	–	11	11
40.–42. <i>Julie Carolina Mecerová</i>	G, Cheb	5	5	–	–	–	–	–	10	10
40.–42. <i>Štěpán Michalička</i>	ZŠ Kuncova, Praha 5 - Stodůlky	5	3	–	–	–	2	–	10	10
40.–42. <i>Matěj Oplť</i>	ZŠ a MŠ Dobratická, Praha 9	4	3	–	–	–	3	–	10	10
43.–44. <i>Laura Kvičalová</i>	ZŠ a MŠ Petra Strozziho Praha 8	5	3	–	–	–	1	–	9	9
43.–44. <i>Anna Ličková</i>	G, Litoměřická, Praha	5	–	–	–	–	4	–	9	9
45.–46. <i>Eva Bayerová</i>	G Matyáše Lercha, Brno	5	–	–	–	–	3	–	8	8
45.–46. <i>Petr Novotný</i>	ZŠ a MŠ Radostín nad Oslavou	1	5	–	–	–	2	–	8	8
47.–51. <i>Klára Benáková</i>	ZŠ s RVMPP, Teplice, Buzulucká	5	–	–	–	–	2	–	7	7
47.–51. <i>Patrik Chlup</i>	ZŠ Boskovice	5	–	–	–	–	2	–	7	7
47.–51. <i>Elen Kršková</i>	G, Mikulov	4	–	–	–	–	3	–	7	7
47.–51. <i>Magda Nováčková</i>	ZŠ T. G. Masaryka Klatovy IV	5	–	–	–	–	2	–	7	7
47.–51. <i>Tobias Záveský</i>	ZŠ Hornická, Tachov	5	–	–	–	–	2	–	7	7
52. <i>Ema Junová</i>	ZŠ Klausova, Praha 13	4	–	–	–	–	–	–	4	4
53.–55. <i>Aneta Czechowská</i>	ZŠ Praha 9 - Satalice	3	–	–	–	–	–	–	3	3
53.–55. <i>Zuzana Koplíková</i>	Gymnázium Brno-Bystrc	–	–	–	–	–	3	–	3	3
53.–55. <i>Pavla Leščinská</i>	G J. Heyrovského, Praha	–	3	–	–	–	–	–	3	3
56. <i>Anna Marie Stachová</i>	ZŠ Mendelova, Praha 4	–	–	–	–	–	1	–	1	1
57. <i>Jáchym Straka</i>	ZŠ a MŠ Prokopa Diviše Znojmo -	0	–	–	–	–	–	–	0	0

Kategorie sedmých ročníků

jméno	škola	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
<i>Student Pílný</i>	MFF UK	5	5	6	6	7	7	7	43	43
1. <i>Oleg Šatánek</i>	Střední škola Hradec Králové	5	5	6	6	7	7	7	43	43
2.–3. <i>Lukáš Kopecký</i>	G, Litomyšl	5	5	5	6	7	6	6	40	40
2.–3. <i>Vladimír Kotsch</i>	Gymnázium Sázavská Praha 2	5	5	6	6	7	7	4	40	40
4. <i>Viktorie Snášelová</i>	Masarykovo G, Plzeň	5	5	5	5	7	3	6	36	36
5. <i>Lukáš Laštovička</i>	G Neumannova, Žďár n. S.	5	5	6	–	7	4	6	33	33
6. <i>Alžběta Průšová</i>	G a SOŠ, Rokycany	5	5	5	6	2	4	5	32	32
7.–8. <i>Fabien Bartůněk</i>	G a SOŠP, Čáslav	4	5	6	6	5	4	0	30	30
7.–8. <i>Tobiáš Radkovský</i>	G prof. J. Patočky, Praha	5	5	6	–	7	7	–	30	30
9. <i>Pavel Doskočil</i>	G, Žamberk	5	4	5	3	7	3	2	29	29
10.–12. <i>Radim Hanuš</i>	ZŠ Roudnice nad Labem	5	5	6	–	7	5	–	28	28
10.–12. <i>Jaroslav Motlák</i>	G Opatov, Praha	5	5	5	6	7	–	–	28	28
10.–12. <i>Antonín Vácha</i>	ZŠ Chrudim 3	5	5	6	–	7	5	–	28	28
13.–16. <i>Václav Bláha</i>	ZŠ a MŠ Školní 93,, Švihov	3	5	5	3	7	3	0	26	26
13.–16. <i>Michal Klapetek</i>	Biskupské G, Brno	5	4	6	–	7	4	–	26	26
13.–16. <i>Metoděj Šámal</i>	ZŠ ul. 5. května, Liberec 1	5	4	6	–	7	4	–	26	26
13.–16. <i>Andrea Vaňková</i>	G, Sušice	4	5	5	3	6	3	–	26	26
17.–18. <i>Kateřina Bartková</i>	Gymnázium Brno-Bystrc	2	5	5	2	7	4	0	25	25
17.–18. <i>Daria Froňková</i>	G Ústavní, Praha	5	3	5	–	6	6	–	25	25
19.–21. <i>Tarek And El Dayem</i>	ZŠ a MŠ Třebízského, Kralupy nad	5	3	3	0	7	4	2	24	24
19.–21. <i>David Hložek</i>	ZŠ Vybítalova, Praha 9 - Černý M	5	5	6	2	3	3	–	24	24
19.–21. <i>Martin Houška</i>	G a SOŠ, Rokycany	5	4	6	2	3	4	–	24	24
22. <i>Thea Pauerová</i>	Mensa G, Praha 6	5	5	–	–	7	6	–	23	23
23.–24. <i>Daria Nikulina</i>	ZŠ J. Valčíka, Ostrava-Poruba	5	5	6	6	–	–	–	22	22
23.–24. <i>Lada Vysloužilová</i>	ZŠ Verdunská, Teplice	5	5	–	–	7	5	–	22	22
25.–27. <i>Natálie Hnětkovská</i>	G, Benešov	5	5	–	–	5	6	–	21	21
25.–27. <i>Phuong Uyen Nguyen</i>	ZŠ Uhehlý trh, Praha	5	5	6	–	5	–	–	21	21
25.–27. <i>Blanka Nováková</i>	ZŠ a MŠ Křídlovická, Brno	4	4	–	–	7	4	2	21	21
28.–31. <i>Eva Brožovičová</i>	Podkrušnohorské G, Most	5	5	–	–	5	3	2	20	20
28.–31. <i>Eliška Humlová</i>	G, Cheb	5	5	–	–	7	3	–	20	20
28.–31. <i>Jakub Laichmann</i>	G a ZUŠ, Šlapanice	5	5	5	5	–	–	–	20	20
28.–31. <i>Max Novotný</i>	G a SOŠZE, Vyškov	5	4	6	–	–	5	–	20	20
32.–38. <i>Lucie Hejplíková</i>	G Stříbro	5	5	–	–	5	4	–	19	19
32.–38. <i>Kryštof Heríng</i>	G Mikulášské n. 23, Plzeň	5	5	–	–	7	2	–	19	19
32.–38. <i>Eva Kišová</i>	ZŠ U Vorliny, Vlašim	5	5	–	–	7	2	–	19	19
32.–38. <i>Marek Měřva</i>	G Orlová	5	5	6	–	–	3	–	19	19
32.–38. <i>Kristýna Musilová</i>	ZŠ T. G. Masaryka Mnichovice	5	5	–	–	7	2	–	19	19
32.–38. <i>Lucie Ornstová</i>	G nám. E. Beneše, Kladno	5	5	–	–	5	4	–	19	19
32.–38. <i>Bartoloměj Stoklásek</i>	ZŠ Troubelice	5	5	6	–	–	3	–	19	19
39.–46. <i>Michal Bartoš</i>	ZŠ Veronské náměstí, Praha	4	4	5	–	–	5	–	18	18
39.–46. <i>Sofie Dusatko</i>	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	5	5	–	–	4	4	–	18	18
39.–46. <i>Jakub Josef Veselý</i>	Purkyňovo G, Státnice	5	4	–	–	7	2	–	18	18
39.–46. <i>Adam Petroušek</i>	G, Benešov	5	4	6	–	–	3	–	18	18
39.–46. <i>Tomáš Rataj</i>	ZŠ Stupkova, Olomouc	5	5	–	–	5	3	–	18	18
39.–46. <i>Miroslav Rozprávk</i>	ZŠ Kuncova, Praha 5 - Stodůlky	5	5	–	–	3	5	–	18	18
39.–46. <i>Jakub Štych</i>	ZŠ T. G. Masaryka Zruč-Senec,čás	4	4	1	1	5	3	0	18	18
39.–46. <i>Štěpán Vlasák</i>	G Jiřího z Poděbrad, Poděbrady	5	5	5	0	–	3	–	18	18
47.–52. <i>Lucie Bělová</i>	G Opatov, Praha	5	3	–	–	7	2	–	17	17
47.–52. <i>Kateřina Červená</i>	G J. Vrchlického, Klatovy	5	4	–	–	4	4	–	17	17
47.–52. <i>Matyáš Sechovec</i>	ZŠ a MŠ Vodárenská, Kladno - Kro	5	5	–	–	7	–	–	17	17
47.–52. <i>Jaroslav Slováček</i>	Wichterlovo G, Ostrava	5	3	–	–	7	2	–	17	17

jméno <i>Student</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
		5	6	6	7	7	7	7	43	43
47.–52. Valentýna Sochorová	G, Olomouc-Hejčín	5	4	–	–	4	4	–	17	17
47.–52. Věra Štancllová	G, Sušice	5	4	–	–	4	4	–	17	17
53.–57. Kamíl Aghayev	G, Roudnice nad Labem	4	5	–	–	4	3	–	16	16
53.–57. Štěpán Hrabina	Jungmannova ZŠ Beroun 2	5	5	–	1	–	5	–	16	16
53.–57. Karel Karaarslan	ZŠ a MŠ Červený vrch, Praha	4	5	–	–	5	2	–	16	16
53.–57. Tomáš Kvapil	PORG, Praha	5	5	–	–	–	6	–	16	16
53.–57. Dominik Stoklasek	ZŠ Troubelice	5	5	6	–	–	–	–	16	16
58.–60. Zuzana Čechová	G, Benešov	5	3	0	–	1	6	–	15	15
58.–60. Jan Hanoušek	ZŠ a MŠ 17. listopadu, Kopřivnic	5	5	–	–	–	5	–	15	15
58.–60. Lukáš Mindoš	ZŠ a MŠ Podkrušnohorská, Litvínov	5	3	–	–	7	–	–	15	15
61.–67. Vojtěch Tenzing Ciler	ZŠ a MŠ Studenec	5	5	–	–	–	4	–	14	14
61.–67. Petr Hubený	G K. Čapka, Dobříš	5	5	0	0	0	4	0	14	14
61.–67. David Kříž	G P. de Coubertina, Tábor	5	4	–	–	2	3	0	14	14
61.–67. Dita Křížková	Sportovní G, Plzeňská, Kladno	5	5	–	1	–	3	–	14	14
61.–67. Nella Peabody	G, Litoměřická, Praha	–	5	–	–	4	5	–	14	14
61.–67. Lenka Petrášová	ZŠ Porubská, Ostrava-Poruba	5	4	–	–	–	5	–	14	14
61.–67. Anna Průvčtivá	G, Litoměřická, Praha	4	5	–	–	–	5	–	14	14
68.–79. Jarmila Bakošová	G, Bučovice	5	5	–	–	–	3	–	13	13
68.–79. Martin Balada	ZŠ a MŠ Prokopa Diviše Znojmo -	5	5	–	–	3	–	–	13	13
68.–79. Bára Benčíková	ZŠ Horní, Brno	5	5	–	–	–	3	–	13	13
68.–79. Patricie Hanzlíčková	G Stříbro	5	3	–	–	–	5	–	13	13
68.–79. Pavla Holečková	Jungmannova ZŠ Beroun 2	5	3	–	–	–	5	–	13	13
68.–79. Šárka Hornychová	ZŠ Komenského, Náchod	5	4	–	–	–	4	–	13	13
68.–79. Radek Kučěrka	ZŠ a MŠ Podkrušnohorská, Litvínov	5	3	5	–	–	–	–	13	13
68.–79. Tadeáš Nečas	G a JŠ, Břeclav	5	5	–	–	–	3	–	13	13
68.–79. Marek Pavlík	ZŠ Jubilejní, Nový Jičín	5	4	4	–	–	–	–	13	13
68.–79. Valérie Svobodová	Nový PORG, Praha	5	5	–	–	–	3	–	13	13
68.–79. Marek Šaroch	ZŠ Jitřní, Praha 4	5	4	–	–	2	2	–	13	13
68.–79. Matěj Vacek	ZŠ T. G. M. Lomnice nad Popelkou	5	5	–	–	–	3	–	13	13
80.–83. Anna Ljubopytnova	ZŠ Na Dlouhém lánu, Praha 6	5	2	1	–	2	–	–	12	12
80.–83. Mikuláš Mazanec	G a JŠ, Břeclav	5	5	–	–	–	2	–	12	12
80.–83. Dominik Němejc	ZŠ Komenského, Horažďovice	5	5	–	–	–	2	–	12	12
80.–83. Antonín Wedell	První české G, Karlovy Vary	5	4	–	–	–	3	–	12	12
84.–89. Eva Brejchová	ZŠ Palachova, Brandýs nad Labem	5	4	–	–	–	2	–	11	11
84.–89. Jan Brouček	ZŠ Chotěšov	5	4	–	–	0	2	–	11	11
84.–89. Hugo Engel	ZŠ Jitřní, Praha 4	5	–	–	–	4	2	–	11	11
84.–89. Lukáš Charvát	G a SOŠP, Čáslav	5	–	–	–	6	–	–	11	11
84.–89. Eliška Plachá	G J. Palacha, Mělník	5	–	–	–	4	2	–	11	11
84.–89. Barbora Zárubová	ZŠ Divišov	4	5	–	–	–	2	–	11	11
90.–94. Henryk Berka	G, Roudnice nad Labem	5	5	–	–	–	–	–	10	10
90.–94. Natálie Hlaváčková	G Nad Štolou, Praha	5	5	0	–	–	–	–	10	10
90.–94. Štěpán Kalista	ZŠ Masarykovo nám., Říčany	5	3	–	–	–	2	–	10	10
90.–94. Vojta Slavík	LINGUA UNIVERSAL Litoměřice	5	5	–	–	–	–	–	10	10
90.–94. Magda Štochlová	G a SOŠ, Rokycany	5	3	–	–	–	2	–	10	10
95.–100. Michal Ivánek	G, SpgŠ, OA a JŠ Znojmo	5	4	–	–	–	–	–	9	9
95.–100. Štěpánka Kubartová	Arcibiskupské G, Praha	5	4	–	–	–	–	–	9	9
95.–100. Mojmír Němec	G Christiana Dopplera, Praha	5	4	–	–	–	–	–	9	9
95.–100. Vanesa Sovová	ZŠ a MŠ Brankovice, Tasova, Neso	5	2	–	–	–	2	–	9	9
95.–100. Kateřina Suchopárová	G a SOŠP, Čáslav	4	5	–	–	–	–	–	9	9
95.–100. František Šustr	Fak. ZŠ při PedF UK, Praha 5	4	3	–	–	–	2	–	9	9
101.–109. martina bednářová	G, Benešov	2	4	–	–	–	2	–	8	8

	jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
			5	6	6	7	7	7	7	7	43
101.–109.	Sára Binderová	ZŠ a MŠ Třebízského, Kralupy nad	2	4	–	–	–	2	–	8	8
101.–109.	Erika Dovalová	ZŠ Boženy Němcové, Nový Bor	4	2	–	–	–	2	–	8	8
101.–109.	Jan Kadlec	ZŠ a MŠ Školní 93., Švihov	4	4	–	–	–	–	–	8	8
101.–109.	Jan Kounovský	ZŠ Okružní, Rakovník	4	1	–	1	–	2	0	8	8
101.–109.	Mikuláš Krubner	G, Benešov	5	1	–	–	–	1	1	8	8
101.–109.	Jan Nešpor	ZŠ Hroznová, Brno	5	0	–	–	0	3	–	8	8
101.–109.	Adam Řezníček	ZŠ Hradec nad Moravicí	3	1	–	–	2	2	–	8	8
101.–109.	Adéla Súkeníková	ZŠ, Liberecká 26, Jablonec	5	–	–	–	–	3	–	8	8
110.–114.	Jaroslav Hampejs	ZŠ s RVMP, Teplice, Buzulucká	4	3	–	–	–	–	–	7	7
110.–114.	Jakub Janošek	ZŠ T. G. Masaryka Mnichovice	5	0	0	0	0	2	0	7	7
110.–114.	David Nguyen	G, Kadaň	5	–	–	–	–	2	–	7	7
110.–114.	Alena Renzová	G, Litomyšl	2	1	0	0	1	3	0	7	7
110.–114.	Pavel Wildumetz	G, Kadaň	5	1	–	–	0	1	–	7	7
115.–118.	Karolína Mudrová	ZŠ Na Smetance, Praha 2	3	1	–	–	–	2	–	6	6
115.–118.	Rostislav Novák	ZŠ Liberec 23	3	–	–	0	–	3	–	6	6
115.–118.	Oliver Slavíček	G, Cheb	5	–	–	–	–	1	–	6	6
115.–118.	Adam Šustr	ZŠ Tolstého, Klatovy	4	2	–	–	–	–	–	6	6
119.–123.	David Dalíhod	Základní škola Pražacká Praha 3	5	–	–	–	–	–	–	5	5
119.–123.	Dai DoMinh	ZŠ a MŠ Chelčického, Praha 3	5	–	–	–	–	–	–	5	5
119.–123.	Lukáš Chrástek	Purkyňovo G, Stáznice	5	–	–	–	–	–	–	5	5
119.–123.	Vendelín Kubeš	G a ZUŠ, Šlapanice	5	–	–	–	–	–	–	5	5
119.–123.	Kristýna Nečasová	G, Písnická, Praha	5	–	–	–	–	–	–	5	5
124.	Jan Foldyna	Anglofonní základní škola, z. ú.	4	–	–	–	–	–	–	4	4
125.	Aneta Kurtincová	Masarykovo G, Plzeň	–	–	–	–	–	2	–	2	2
126.	Marie Ježková	ZŠ T. G. Masaryka Rokycany	–	–	–	–	–	0	–	0	0

Kategorie osmých ročníků

	jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
			5	6	6	7	7	7	7	7	38
1.	Adam Houdek	ZŠ a MŠ , Březová	–	5	6	6	7	7	7	38	38
2.	Erik Macek	G Opatov, Praha	–	5	6	6	7	5	6	35	35
3.–4.	Matěj Dudek	ZŠ Pardubice – Polabiny	–	5	6	6	6	6	4	33	33
3.–4.	Matěj Křivánek	G, Moravské Budějovice	–	5	6	6	7	7	2	33	33
5.	Jakub Vávra	G Mikulášské n. 23, Plzeň	–	3	6	6	7	6	4	32	32
6.–7.	Denis Tichý	ZŠ T. G. Masaryka Přelouč	–	5	6	3	7	5	4	30	30
6.–7.	Radim Zikmund	ZŠ Tuchlovice	–	5	6	6	6	3	4	30	30
8.–9.	Amélie Lišková	G a ZUŠ, Šlapanice	–	5	6	6	7	4	–	28	28
8.–9.	Emma Polcarová	Sportovní G, Plzeňská, Kladno	–	4	6	6	7	3	2	28	28
10.–13.	Magdalena Čejpová	Arcibiskupské G, Praha	–	5	5	6	7	4	–	27	27
10.–13.	Rozálie Michaela Furchová	G, Židlochovice	–	5	5	3	7	5	2	27	27
10.–13.	Ondřej Laštovička	G Neumannova, Žďár n. S.	–	5	6	–	7	5	4	27	27
10.–13.	Martina Merglová	G a OA, Vrchlabí	–	5	5	4	7	2	4	27	27
14.–17.	Dario Heinrich	G a ZUŠ, Šlapanice	–	4	6	–	5	5	4	24	24
14.–17.	Klára Kasalová	G, Dačice	–	4	6	4	7	3	–	24	24
14.–17.	Stella Klapáčová	G Opatov, Praha	–	4	5	6	7	–	2	24	24
14.–17.	Eliška Knopfová	ZŠ J. A. Kom. Hradec Králové	–	5	6	6	7	–	–	24	24
18.–20.	Amálie Hlávková	ZŠ, Znojmo, Mládeže 3	–	5	6	–	7	5	–	23	23
18.–20.	Vratislav Košina	ZŠ a MŠ Věry Čáslavské, Praha 6	–	3	5	5	3	7	–	23	23
18.–20.	Roman Velko	ZŠ Kuncova, Praha 5 - Stodůlky	–	5	6	–	7	5	–	23	23

jméno Student	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
		5	6	6	7	7	7	7	38	38
21.–23. Aneta Brzkoupilová	Jungmannova ZŠ Beroun 2	–	5	5	5	3	4	–	22	22
21.–23. Jan Horský	G, Brno-Řečkovice	–	5	5	–	7	5	–	22	22
21.–23. Viktor Novák	Nový PORG, Praha	–	4	6	2	4	4	2	22	22
24.–26. Zuzana Bartíková	Wichterlovo G, Ostrava	–	5	6	–	7	3	–	21	21
24.–26. Julie Judásková	G a SOŠZE, Vyškov	–	5	5	2	6	3	–	21	21
24.–26. Vojtěch Řada	G, Benešov	–	4	5	3	5	4	–	21	21
27.–31. Marek Bauckmann	G K. Čapka, Dobříš	–	5	6	–	4	5	–	20	20
27.–31. Květa Bouchalová	G, Olomouc-Hejčín	–	5	6	–	–	7	2	20	20
27.–31. Jan Roháč	ZŠ Tuchlovice	–	3	2	6	5	4	–	20	20
27.–31. Anežka Sedláčková	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	–	4	6	2	7	1	0	20	20
27.–31. Natalie Zemanová	G J. Škody, Přerov	–	5	5	–	5	5	–	20	20
32.–36. Tadeáš Grosser	První české G, Karlovy Vary	–	5	5	–	5	4	–	19	19
32.–36. Nelly Hajerová	ZŠ T. G. Masaryka Česká Kamenice	–	5	–	–	7	7	–	19	19
32.–36. Kateřina Kučerová	G J. Heyrovského, Praha	–	5	–	–	5	4	5	19	19
32.–36. Barbora Petrásková	28. základní škola Plzeň	–	5	5	–	7	2	–	19	19
32.–36. Marek Růžička	G, Brno-Řečkovice	–	5	5	–	5	4	–	19	19
37.–38. Daniel Stehlík	G Legionářů, Příbram	–	3	3	3	3	4	2	18	18
37.–38. Dominik Svatoš	G J. Barranda, Beroun	–	5	4	–	5	4	–	18	18
39.–40. Ota Koštejn	ZŠ náměstí Míru, Nový Bor	–	5	6	–	4	2	–	17	17
39.–40. Štěpán Peteráč	ZŠ Schulz. sady, Dvůr Králové	–	5	2	4	4	2	–	17	17
41.–50. Marek Eliáš	ZŠ Tuchlovice	–	5	3	–	7	1	–	16	16
41.–50. Mariana Hořínková	Wichterlovo G, Ostrava	–	4	5	–	7	0	–	16	16
41.–50. Laura Jurčickova	FZŠ při PedF UK Barrandov	–	5	–	–	7	4	–	16	16
41.–50. Ondřej Lisičský	Podkrušnohorské G, Most	–	4	5	–	5	2	–	16	16
41.–50. Kristián Mošna	Základní škola Dědina	–	5	6	–	–	5	–	16	16
41.–50. Angela Poláchová	Biskupské G, Brno	–	5	6	–	–	5	–	16	16
41.–50. Vojtěch Saic	ZŠ a MŠ Dobratická, Praha 9	–	5	–	–	6	5	–	16	16
41.–50. Ondřej Seitl	ZŠ Hálkova, Olomouc	–	5	–	–	5	6	–	16	16
41.–50. Tadeáš Smička	ZŠ Dr. Hrubého, Šternberk	–	5	6	5	–	–	–	16	16
41.–50. Klára Valentová	Slovanské G, Olomouc	–	5	–	–	5	6	–	16	16
51. Viktor Horák	ZŠ J. A. Komenského Kyjov	–	5	6	–	–	4	–	15	15
52.–60. Kryštof Bělák	Neěmecká škola v Praze Praha 5	–	5	0	3	4	2	0	14	14
52.–60. Jan Bezděk	ZŠ Náchod - Plhov	–	2	2	6	1	1	2	14	14
52.–60. Viktor Janda	ZŠ Roudnice n.L.	–	5	–	–	4	3	2	14	14
52.–60. Michal Jirout	ZŠ Kunцова, Praha 5 - Stodůlky	–	5	–	–	5	4	–	14	14
52.–60. Kateřina Kučerová	G Ústavní, Praha	–	4	5	–	–	5	–	14	14
52.–60. Matyáš Páv	ZŠ J. A. Komenského Louny	–	5	–	–	5	4	–	14	14
52.–60. Benjamín Rmoutil	Základní škola Pražáčka Praha 3	–	5	6	–	–	3	–	14	14
52.–60. Antonín Šreiber	ZŠ Skálova, Turnov	–	3	2	1	2	2	4	14	14
52.–60. Jan Stábl	ZŠ Bratří Čapků, Ústí nad Orlicí	–	1	–	6	5	–	2	14	14
61.–62. Eva Freyová	ZŠ a MŠ Kravsko	–	5	–	–	5	3	–	13	13
61.–62. Alexandra Valíhrachová	Klvaňovo G Kyjov	–	5	–	–	3	3	2	13	13
63.–71. Pavel Adameec	G, Sokolov	–	3	1	0	4	4	–	12	12
63.–71. Alexandr Husák	Masarykova ZŠ, Ždánice	–	1	2	–	7	2	0	12	12
63.–71. Jan Pertlík	ZŠ a MŠ nám. Jiřího z Lobkovic,	–	5	4	0	1	2	–	12	12
63.–71. Vladimír Pertlík	ZŠ a MŠ nám. Jiřího z Lobkovic,	–	5	4	0	3	–	–	12	12
63.–71. Richard Sadílek	ZŠ Bílovice nad Svitavou	–	5	5	–	2	–	–	12	12
63.–71. Maria Sidorova	První české G, Karlovy Vary	–	5	–	–	3	4	0	12	12
63.–71. Vojtěch Slabý	ZŠ Ratibořická, Praha 9 - Horní	–	4	–	–	5	3	–	12	12
63.–71. Lukáš Vávra	ZŠ Balbínova, Příbram II	–	5	–	–	4	3	–	12	12

jméno <i>Student</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
		5	6	6	7	7	7	7	38	38
63.–71. <i>Darek Zápeca</i>	G a JŠ, Břeclav	–	4	–	3	3	2	–	12	12
72.–76. <i>Nela Hudcová</i>	G Opatov, Praha	–	5	–	–	–	6	–	11	11
72.–76. <i>Sofie Hana Klímová</i>	G, Brno-Řečkovice	–	5	–	–	–	6	–	11	11
72.–76. <i>Štěpánka Kostrounová</i>	Klvaňovo G Kyjov	–	5	–	–	–	4	2	11	11
72.–76. <i>Matěj Ondrušek</i>	G, Videňská, Brno	–	4	–	–	7	–	–	11	11
72.–76. <i>Vilém Semerák</i>	G, Českolipská, Praha	–	5	6	–	–	–	–	11	11
77.–82. <i>Jakub Kadeřávek</i>	ZŠ Vybíralova, Praha 9 - Černý M	–	5	–	–	5	–	–	10	10
77.–82. <i>Lukáš Loukota</i>	G Stříbro	–	5	–	–	0	5	–	10	10
77.–82. <i>Adam Nikodým</i>	G a ZUŠ, Šlapanice	–	5	–	–	–	5	–	10	10
77.–82. <i>Matouš Průcha</i>	G, Česká Lípa	–	2	1	1	1	4	1	10	10
77.–82. <i>Radek Špánek</i>	Mendelovo G, Opava	–	3	–	5	–	2	–	10	10
77.–82. <i>Patrik Vihan</i>	G Opatov, Praha	–	5	0	–	–	5	–	10	10
83.–88. <i>Nathan Holda</i>	G J.Ž.	–	5	–	–	–	4	–	9	9
83.–88. <i>Lukáš Kasan</i>	G O. Havlové, Ostrava	–	5	–	–	–	4	–	9	9
83.–88. <i>Andrea Kozumplíková</i>	Klvaňovo G Kyjov	–	5	–	–	–	4	–	9	9
83.–88. <i>Antonín Strída</i>	ZŠ a MŠ Lutín	–	5	–	–	–	4	–	9	9
83.–88. <i>Anna Wodínská</i>	ZŠ Praha 9 - Lehovec	–	5	–	–	–	4	–	9	9
83.–88. <i>Jan Zámečník</i>	Biskupské G, Brno	–	5	–	–	–	4	–	9	9
89.–99. <i>Eduard Bráuner</i>	G T. G. Masaryka, Litvínov	–	4	–	–	3	1	–	8	8
89.–99. <i>Viktor Brázda</i>	ZŠ újezd, Kyjov	–	5	–	–	1	–	2	8	8
89.–99. <i>Laura Drbohlavova</i>	G Opatov, Praha	–	4	–	–	–	4	–	8	8
89.–99. <i>Alma Františka Čiháková</i>	ZŠ a MŠ Bílá, Praha 6	–	5	–	–	–	3	–	8	8
89.–99. <i>Eva Hanušová</i>	G dr. J. Pekaře, Ml. Boleslav	–	5	–	–	–	3	–	8	8
89.–99. <i>Domínik Hlaváč</i>	G, Budějovická, Praha	–	5	–	–	–	3	–	8	8
89.–99. <i>Agnes Hlaváčová</i>	ZŠ Nepomucká, Praha 5 - Košíře	–	5	–	–	1	2	0	8	8
89.–99. <i>Kristián Kocman</i>	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	–	3	–	–	5	–	–	8	8
89.–99. <i>Filip Kopenc</i>	ZŠ Palachova, Brandýs nad Labem	–	5	–	–	–	3	–	8	8
89.–99. <i>Klára Vidnišová</i>	Jungmannova ZŠ Beroun 2	–	4	–	–	–	4	–	8	8
89.–99. <i>Filip Žoha</i>	G Opatov, Praha	–	5	–	–	–	3	–	8	8
100.–107. <i>Václav Bělka</i>	ZŠ Okružní, Rakovník	–	5	–	–	–	2	–	7	7
100.–107. <i>Michal Blahoš</i>	G, Benešov	–	4	–	–	–	3	–	7	7
100.–107. <i>Adéla Blechová</i>	ZŠ Kralovice	–	3	–	1	1	2	–	7	7
100.–107. <i>Aleš Doležel</i>	ZŠ Nádražní, Vyškov	–	2	–	1	2	2	–	7	7
100.–107. <i>Jakub Kolář</i>	G Opatov, Praha	–	5	–	–	–	2	–	7	7
100.–107. <i>Tomáš Kosek</i>	G, Čelákovice	–	5	–	–	–	2	–	7	7
100.–107. <i>Yaroslava Meleshchenko</i>	ZŠ s RVMPP, Teplice, Buzulucká	–	3	–	–	2	2	–	7	7
100.–107. <i>Jaroslav Učík</i>	ZŠ Husovo náměstí, Rakovník	–	5	–	–	–	2	–	7	7
108.–110. <i>Gleb Baulin</i>	První české G, Karlovy Vary	–	2	4	–	–	–	–	6	6
108.–110. <i>Ela Hájková</i>	G J. Jungmanna, Litoměřice	–	3	–	–	–	3	–	6	6
108.–110. <i>Karolína Vtípilová</i>	ZŠ Hrušovany nad Jevišovkou	–	–	–	–	4	2	–	6	6
111.–124. <i>Tobiáš Batěk</i>	ZŠ nám. Jiřího z Poděbrad, Praha	–	5	–	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Emma Bízová</i>	G, Ohradní, Praha-Michle	–	5	–	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Christian Bracháček</i>	G, Cheb	–	5	–	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Emma Burešová</i>	Jiráskovo G, Náchod	–	5	–	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Jan Foltýn</i>	Klvaňovo G Kyjov	–	–	–	–	–	3	2	5	5
111.–124. <i>Sofia Husáková</i>	Soukromá ZŠ UNIVERZUM s.r.o. Pra	–	5	–	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Matyáš Churavý</i>	EKO G, Brno	–	–	–	–	–	5	–	5	5
111.–124. <i>Tomáš Janda</i>	ZŠ Tolstého, Klatovy	–	5	–	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Tereza Konvičková</i>	G, Benešov	–	5	–	–	–	–	–	5	5

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
		5	6	6	7	7	7	7	38	38
111.–124. <i>Seungmo Koo</i>	ZŠ Brána jazyků, Praha	–	5	–	0	–	0	0	5	5
111.–124. <i>Petr Slováček</i>	ZŠ Tolstého, Klatovy	–	5	–	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Ondřej Ševela</i>	Klvaňovo G Kyjov	–	–	5	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Jáchym Šleška</i>	ZŠ Haškova, Uničov	–	5	–	–	–	–	–	5	5
111.–124. <i>Štěpán Tůma</i>	ZŠ a MŠ Raduň	–	5	–	–	–	–	–	5	5
125.–134. <i>Hana Bayerová</i>	G, Slovanské náměstí, Brno	–	4	–	–	–	–	–	4	4
125.–134. <i>Václav Duda</i>	ZŠ Komenského, Horažďovice	–	4	–	–	–	–	–	4	4
125.–134. <i>Zuzana Hušková</i>	ZŠ Hrušovany nad Jevišovkou	–	–	–	–	4	–	–	4	4
125.–134. <i>Kryštof Kašing</i>	ZŠ a MŠ Pustá Polom	–	3	–	–	–	1	–	4	4
125.–134. <i>Šimon Klich</i>	SPŠ stavební J. Gočára, Praha	–	4	–	–	–	–	–	4	4
125.–134. <i>Stella Libosvárová</i>	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	–	–	–	–	–	4	–	4	4
125.–134. <i>Aleš Myšička</i>	ZŠ Husovo náměstí, Rakovník	–	–	–	–	–	4	–	4	4
125.–134. <i>Adm Ondřej</i>	Mendelovo G, Opava	–	4	–	–	–	–	–	4	4
125.–134. <i>Václav Sojka</i>	G a ZUŠ, Šlapanice	–	4	–	–	–	–	–	4	4
125.–134. <i>Jan Váňa</i>	G, Tachov	–	–	–	–	–	4	–	4	4
135.–137. <i>Filip Beránek</i>	ZŠ Lysice	–	3	–	–	–	–	–	3	3
135.–137. <i>Jan Bernard</i>	G, Žamberk	–	–	–	–	–	3	–	3	3
135.–137. <i>Petr Zelinka</i>	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	–	3	–	–	–	–	–	3	3
138.–141. <i>Šimon Hák</i>	G a SOŠ, Jilemnice	–	–	–	–	–	2	–	2	2
138.–141. <i>Jaroslav Hynk</i>	ZŠ a MŠ Hliníky, Olešnice	–	2	–	–	–	–	–	2	2
138.–141. <i>Laura Lobíková</i>	G a ZŠ G. Jarkovského, Praha	–	–	–	–	–	2	–	2	2
138.–141. <i>Šimon Pučálka</i>	ZŠ Divišov	–	2	–	–	–	–	–	2	2
142. <i>Ondřej Kulháněk</i>	FZŠ prof. O. Chlupa, Praha	–	–	–	–	–	1	–	1	1

Kategorie devátých ročníků

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
		5	6	6	7	7	7	7	38	38
1. <i>Jana Feldbabelová</i>	ZŠ Jemnice	–	5	6	6	7	7	7	38	38
2. <i>Anna Matišková</i>	G, Turnov	–	5	6	6	7	6	7	37	37
3. <i>Sámo Šatánek</i>	ZŠ a MŠ Telecí	–	5	6	6	7	6	6	36	36
4.–5. <i>Petr Mareš</i>	ZŠ a MŠ Třebízského, Kralupy nad	–	5	5	6	7	5	7	35	35
4.–5. <i>Max Menčík</i>	ZŠ Kuncova, Praha 5 - Stodůlky	–	4	6	4	7	7	7	35	35
6. <i>Akim Sklenka</i>	G, Žamberk	–	5	6	5	7	5	6	34	34
7.–9. <i>Martin Černý</i>	G Teplice	–	5	6	6	7	4	5	33	33
7.–9. <i>Jonáš Fiala</i>	G, Čelákovice	–	5	6	6	7	5	4	33	33
7.–9. <i>Daniel Přívětivý</i>	G Arcus, Praha	–	5	5	6	7	4	6	33	33
10.–12. <i>Tamara Dědková</i>	G, Roudnice nad Labem	–	4	6	5	5	7	5	32	32
10.–12. <i>Martin Podpěra</i>	G Ústavní, Praha	–	4	6	3	7	5	7	32	32
10.–12. <i>Ester Zátoková</i>	G a SPŠ Duchcov	–	5	6	5	6	4	6	32	32
13. <i>Alex Faivre</i>	G J. A. Komenského, Uh. Brod	–	5	6	6	7	7	–	31	31
14.–16. <i>Petr Barták</i>	Slovanské G, Olomouc	–	5	6	6	7	6	–	30	30
14.–16. <i>Charlotte Hosszú</i>	G B. Němcové, HK	–	4	5	6	5	3	7	30	30
14.–16. <i>Martin Myška</i>	G B. Němcové, HK	–	5	6	6	5	5	3	30	30
17.–21. <i>Svetlana Achedzak</i>	G Christiana Dopplera, Praha	–	5	6	6	7	5	–	29	29
17.–21. <i>Marie Hrubá</i>	G Volgogradská 6a, Ostrava	–	5	5	1	5	7	6	29	29
17.–21. <i>Běla Poláčková</i>	ZŠ Mírová, Ústí nad Labem	–	5	5	6	5	6	2	29	29
17.–21. <i>Barbora Samková</i>	ZŠ Prodloužená, Pardubice	–	5	6	5	7	6	0	29	29
17.–21. <i>Samuel Zubák</i>	G, Olomouc-Hejčín	–	5	6	4	7	5	2	29	29
22. <i>Jan Kuneš</i>	G, Žatec	–	5	6	6	7	4	–	28	28
23.–25. <i>Jan Chalupa</i>	ZŠ E. Rošického, Jihlava	–	5	6	2	5	5	4	27	27

jméno <i>Student Pilný</i>	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
		5	6	6	7	7	7	7		
23.–25. <i>Julie Krémařová</i>	G Volgogradská 6a, Ostrava	-	5	5	4	7	6	-	27	27
23.–25. <i>Lucie Víšková</i>	OPEN GATE Říčany	-	5	6	3	7	6	-	27	27
26.–29. <i>Hana Dziková</i>	Klvaňovo G Kyjov	-	5	5	5	7	2	2	26	26
26.–29. <i>Josef Eliáš Formánek</i>	G, Křenová, Brno	-	5	6	3	7	5	-	26	26
26.–29. <i>Karel Hlaváček</i>	G Christiana Dopplera, Praha	-	5	5	6	7	3	-	26	26
26.–29. <i>Aneta Kaniová</i>	G Orlová	-	5	6	6	7	2	-	26	26
30.–34. <i>Alice Dědicová</i>	ZŠ Amálská, Kladno	-	5	6	-	7	7	-	25	25
30.–34. <i>Lucie Emma Koběřská</i>	G Orlová	-	5	5	6	7	2	-	25	25
30.–34. <i>Ondřej Pátek</i>	G Ústavní, Praha	-	4	6	3	7	5	0	25	25
30.–34. <i>Aneta Příkrylová</i>	G, Zábřeh	-	5	6	3	7	4	-	25	25
30.–34. <i>Matěj Sochor</i>	G prof. J. Patočky, Praha	-	5	6	3	5	6	-	25	25
35.–37. <i>Martin Kalenský</i>	G, Nová Paka	-	5	6	0	7	6	-	24	24
35.–37. <i>Přemek Man</i>	ZŠ a MŠ Červený vrch, Praha	-	4	6	3	7	4	-	24	24
35.–37. <i>Antonín Slezák</i>	ZŠ Prodloužená, Pardubice	-	3	6	5	6	4	-	24	24
38.–40. <i>Ondřej Bohatý</i>	G Opatov, Praha	-	5	5	6	7	-	-	23	23
38.–40. <i>Matěj Knop</i>	G Christiana Dopplera, Praha	-	4	6	6	7	-	-	23	23
38.–40. <i>Lucie Kolářová</i>	G, Dačice	-	5	6	-	6	4	2	23	23
41.–42. <i>Domínik Kudr</i>	ZŠ a MŠ Studenec	-	3	6	-	7	6	-	22	22
41.–42. <i>Matěj Tydlitát</i>	ZŠ TGM, Bojkovice	-	4	6	-	7	5	-	22	22
43.–46. <i>Eldar Abkerimov</i>	ZŠ Kuncova, Praha 5 - Stodůlky	-	5	5	2	7	2	-	21	21
43.–46. <i>Helena Blažková</i>	ZŠ a MŠ Osečná	-	5	5	2	7	2	-	21	21
43.–46. <i>Josef Turek</i>	G, Šumperk	-	5	5	-	7	4	-	21	21
43.–46. <i>Jan Václav Turek</i>	ZŠ Komenského, Horažďovice	-	5	5	3	6	2	-	21	21
47.–48. <i>Max Boušek</i>	ZŠ Husovo náměstí, Rakovník	-	4	5	-	7	4	-	20	20
47.–48. <i>Marie Prokešová</i>	G Brno, tř. Kpt. Jaroše	-	5	5	-	5	5	-	20	20
49.–50. <i>Václav Bittner</i>	ZŠ Křtiny	-	4	5	-	5	5	-	19	19
49.–50. <i>Filip Rezek</i>	G J.Ž.	-	4	6	2	6	-	1	19	19
51.–55. <i>Magdaléna Křížová</i>	G dr. A. Hrdličky, Humpolec	-	4	6	1	7	-	-	18	18
51.–55. <i>Martin Kubíček</i>	ZŠ Plešivec, Český Krumlov	-	4	6	-	6	2	-	18	18
51.–55. <i>Jan Kulhavý</i>	Masarykovo G, Příbor	-	3	4	3	6	2	0	18	18
51.–55. <i>Lucie Pinkerová</i>	ZŠ a MŠ Školní, Švihov	-	5	-	-	7	4	2	18	18
51.–55. <i>Matěj Skala</i>	ZŠ Týnec nad Sázavou	-	5	-	-	7	6	-	18	18
56.–60. <i>Maximilián Gabštür</i>	ZŠ Politických vězňů, Slaný	-	3	3	4	5	2	0	17	17
56.–60. <i>František Kopl</i>	G, Budějovická, Praha	-	5	5	-	7	-	-	17	17
56.–60. <i>Michal Patzak</i>	G J. Jungmanna, Litoměřice	-	5	3	-	5	4	-	17	17
56.–60. <i>Ludmila Rezková</i>	G Jiřího z Poděbrad, Poděbrady	-	5	5	-	2	5	-	17	17
56.–60. <i>Nela Žalská</i>	ZŠ Dr. M. Tyrše, Česká Lípa	-	5	4	1	5	2	-	17	17
61.–63. <i>Michal Bělohávek</i>	ZŠ JAK, Karlovy vary	-	5	5	-	2	2	2	16	16
61.–63. <i>Karolína Krušová</i>	Nový PORG, Praha	-	2	5	4	5	0	-	16	16
61.–63. <i>Matyáš Kulhánek</i>	Masarykovo G, Plzeň	-	4	4	-	5	2	1	16	16
64.–67. <i>Barbora Bíklová</i>	G Mikulášské n. 23, Plzeň	-	4	4	-	7	-	-	15	15
64.–67. <i>Jiří Kodýtek</i>	ZŠ a MŠ Školní, Švihov	-	5	3	-	5	2	-	15	15
64.–67. <i>David Kroupa</i>	ZŠ Kunice	-	5	5	-	1	2	2	15	15
64.–67. <i>Edita Volešová</i>	PORG, Praha	-	5	6	-	-	4	-	15	15
68.–73. <i>Anna Kadlecová</i>	OPEN GATE Říčany	-	5	6	-	-	3	-	14	14
68.–73. <i>Aneta Mičulková</i>	G P. Bezruč, Frýdek-Místek	-	5	5	-	-	4	-	14	14
68.–73. <i>Jan Moravec</i>	ZŠ Nábřeží, Jeseník	-	5	4	-	5	-	-	14	14
68.–73. <i>Hoang Ngan Nguyen</i>	Klvaňovo G Kyjov	-	5	6	-	-	3	-	14	14
68.–73. <i>Margarita Sboeva</i>	G Nad Štolou, Praha	-	4	5	3	2	-	-	14	14
68.–73. <i>Martin Vávra</i>	ZŠ O. Březiny Jaroměřice n/R.	-	3	6	-	-	5	-	14	14
74.–76. <i>Pavína Havelková</i>	ZŠ a MŠ T. G. Masaryka Hovorany	-	5	3	1	-	4	-	13	13
74.–76. <i>Juraj Štefina</i>	CZŠ sv. Gorazda, Prešov	-	5	5	-	-	3	-	13	13

jméno Student	škola MFF UK	1	2	3	4	5	E	V	I	Σ
		5	6	6	7	7	7	7	38	38
74.–76. Vojtěch Vydra	ZŠ Dobruška	–	5	–	–	5	3	–	13	13
77.–80. Amaliya Jamgaryan	ZŠ nám. Jiřího z Poděbrad, Praha	–	5	5	–	–	2	–	12	12
77.–80. Zuzana Kýrová	ZŠ nám. Svornosti, Brno	–	–	–	–	7	5	–	12	12
77.–80. Martin Rippl	ZŠ a MŠ Osečná	–	5	–	–	5	2	–	12	12
77.–80. Šimon Tykvart	ZŠ J. Hlávky Přeštice	–	5	0	–	4	1	2	12	12
81.–83. David Březovský	ZŠ Znojmo, nám. Republiky 9	–	3	4	–	–	4	–	11	11
81.–83. Tomáš Holakovský	ZŠ Čechova, Rokycany	–	5	–	–	2	4	–	11	11
81.–83. Therésie Konkolská	ZŠ a MŠ J. A. Komenského Praha 6	–	3	1	–	7	–	–	11	11
84.–85. Kateřina Kašparová	ZŠ Tuchlovice	–	5	–	–	–	5	–	10	10
84.–85. Ondřej Šimek	15. základní škola Plzeň	–	3	1	0	4	1	1	10	10
86.–89. Veronika Kubínová	ZŠ Štěnovice	–	4	0	0	3	2	0	9	9
86.–89. Jan Míka	G Ludka Píka, Plzeň	–	5	–	2	–	2	–	9	9
86.–89. Nikol Nemerádová	G, Olomouc-Hejčín	–	5	–	–	4	–	–	9	9
86.–89. Natálie Weissová	ZŠ Znojmo, nám. Republiky 9	–	5	–	–	–	4	–	9	9
90. Eliška Fleková	G B. Němcové, HK	–	5	–	–	–	3	–	8	8
91.–93. Violeta Honišová	G, Jeseník	–	5	–	–	–	2	–	7	7
91.–93. Šárka Koldušková	ZŠ a MŠ Věry Čáslavské, Praha 6	–	3	–	–	–	4	0	7	7
91.–93. Matěj Králík	ZŠ Štěchovice	–	–	3	–	–	4	–	7	7
94.–98. Aneta Bezpalcová	ZŠ T. G. Masaryka Litoměřice	–	4	–	–	–	2	–	6	6
94.–98. Hana Bolková	ZŠ U Obory Praha 10 - Uhřetěves	–	2	0	1	1	2	0	6	6
94.–98. Lukáš Koma	G Legionářů, Příbram	–	–	–	6	–	–	–	6	6
94.–98. Anna Kotvová	ZŠ Zbiroh	–	4	–	–	–	2	–	6	6
94.–98. Michelle van Luxemburg	ZŠ a MŠ Věry Čáslavské, Praha 6	–	3	–	0	–	3	–	6	6
99.–104. Jakub Fabián	ZŠ Školní, Železný Brod	–	–	5	–	–	–	–	5	5
99.–104. Václav Petráš	G Ústavní, Praha	–	5	–	–	–	–	–	5	5
99.–104. Julie Pindorová	ZŠ, Dělnická, Karviná	–	2	3	–	–	–	–	5	5
99.–104. Sofie Pindorová	ZŠ, Dělnická, Karviná	–	4	1	–	–	–	–	5	5
99.–104. Luísa Troupová	PORG, Praha	–	5	–	–	–	–	–	5	5
99.–104. Michal Žárský	Masarykovo G, Příbor	–	3	–	–	1	1	–	5	5
105.–106. Veronika Hájková	ZŠ Josefa Ressla, Pardubice	–	4	–	–	–	–	–	4	4
105.–106. Elen Klusáčková	G, Litomyšl	–	2	0	1	0	1	0	4	4
107. Valerie Labuťová	G, Nový Bydžov	–	–	–	–	–	3	–	3	3
108. Michal Váňa	ZŠ T. G. M. Lomnice nad Popelkou	–	2	–	–	–	–	–	2	2



**Korespondenční seminář Výfuk
UK, Matematicko-fyzikální fakulta
V Holešovičkách 2
180 00 Praha 8**

www: <https://vyfuk.org>
e-mail: vyfuk@vyfuk.org

 /ksvyfuk  @ksvyfuk

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.