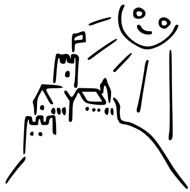
Úloha IX.2 ... Netypický hod mincí

10 bodů; (chybí statistiky)



Aleš se jednoho letního dne vydal na výlet na nedaleký hrad, dokonce se i odhodlal vystoupat na jeho věž. Když si užíval krásný výhled, napadlo ho, za jak dlouho by asi na zem dopadla mince, kdyby ji z vrcholku věže pustil. Házet cokoliv z věže je ale samozřejmě přísně zakázáno, a tak to nemohl vyzkoušet. Pomozte Alešovi zodpovědět tuto otázku, aby si mohl nerušeně užívat vyhlídku. Předpokládejte, že věž je vysoká asi 50 m a Aleš z věže pouští jednu korunu. Započítejte i odpor vzduchu, který lze pro tuto situaci určit jako

$$F = \frac{1}{2} C_x \rho S \ v^2 \,,$$

kde ρ je hustota vzduchu, v je rychlost pohybu mince, S je plocha kolmá na směr pohybu a C_x je tzv. činitel odporu, který se liší v závislosti na tvaru tělesa.
Nápověda: Dobu pádu se vám nejspíše nepodaří určit úplně přesně. Mohlo by se vám ji však podařit poměrně přesně odhadnout, pokud využijete třeba tabulkový procesor (např. Excel), v němž budete moct pohyb simulovat.

Zamysleme se nad složitostí celé situace. Když Aleš upustí minci z ruky, začne v důsledku působení tíhové síly padat směrem dolů zrychleným pohybem. Ve zrychlování ji naopak brzdí síla odporu vzduchu, která ovšem závisí na rychlosti! Konkrétně máme zadaný Newtonův vztah

$$F = \frac{1}{2} C_x \rho S \ v^2 \,.$$

Odporová síla je tedy velmi malá, dokud mince padá pomalu. Postupem času však roste a začne pohyb mince ovlivňovat zásadním způsobem. Zrychlení mince se tedy v průběhu času mění a pro výpočet doby pádu nemůžeme použít žádné vzorečky známé ze základní školy.

Zapíšeme si tedy celou situaci do rovnice. Z Newtonových zákonů víme, že výsledná síla působící na minci směrem dolů je rovna součinu zrychlení mince a její hmotnosti

$$ma = mg - \frac{1}{2} C_x \rho S v^2 \,,$$

kde odporová síla má záporné znaménko, neboť působí opačným směrem než tíhová síla. Rovnici vydělíme hmotností a dostaneme

$$a = g - \frac{C_x \rho S}{2m} v^2 \,.$$

Hodnoty parametrů

V rovnici pro a je určitě konstantní tíhové zrychlení $g = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$, hustota vzduchu $\rho = 1{,}2\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}}$ (při teplotě 20 °C) a hmotnost jedné koruny $m = 3{,}6\,\mathrm{g}$. Okomentovali jsme, že se v průběhu pádu určitě mění rychlost mince i její zrychlení. Pro nás zatím neznámým způsobem, to máme za úkol zjistit.

Překvapivě se do největších těžkostí dostáváme při určování odporového koeficientu C_x a plochy mince kolmé na směr pohybu S. Nevíme totiž vůbec nic o natočení mince. Vypočítat odporový koeficient libovolného tělesa je nesmírně komplikované, můžeme se však spokojit s tím, že si koeficienty najdeme na internetu. Například na Wikipedii[1] se dozvíme, že pokud

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Drag_coefficient

mince padá kruhovou podstavou směrem dolů (v této situaci je plocha S největší) i pokud padá válcovým pláštěm napřed (tehdy je S nejmenší) je koeficient přibližně roven $C_1 = 1{,}2$. Pro ostatní orientace již Wikipedie koeficienty neuvádí, na základě hodnot pro ostatní geometrické tvary však můžeme uvažovat, že bude blízký 1,2, tj. $C_2 \approx 1{,}2$.

Podobně spočítat plochu mince pro libovolnou orientaci je velmi obtížné. Alespoň pro hraniční případy máme největší plochu – plochu kruhu s poloměrem podstavy mince $r = 10\,\mathrm{mm}$:

$$S_{\max} = \pi r^2 = 314\,\mathrm{mm}^2 .$$

Minimální plocha je, když mince padá otočená o $90\,^\circ$, pak je to plocha obdélníka se stranami $2r = 20\,\mathrm{mm}$ a $h = 1{,}9\,\mathrm{mm}$, což je výška mince. Odtud dostaneme

$$S_{\min} = 2rh = 38\,\mathrm{mm}^2 .$$

Pro ostatní orientace se pokusíme alespoň o přibližný vztah. Napřed uvážíme, jak se plocha podstavy mění v závislosti na úhlu otočení α (úhel normály k ploše vůči vertikálnímu směru)

$$S = S_{\max} \cdot |\cos\alpha| = \pi r^2 \left|\cos\alpha\right| ,$$

vidíme, že tento vzorec určitě selhává, pokud je $S < S_{\min}$. Toto selhání se pokusíme zpětně opravit tím, že k S přičteme $S_{\min} \cdot |\sin\alpha|$, jinými slovy aproximujeme plášť mince obdélníkem. Tato aproximace bude fungovat dobře, pokud bude výška mince malá, což pro nás sedí. Celkem tedy máme

$$S_\alpha \approx \pi r^2 \left|\cos\alpha\right| + 2rh \left|\sin\alpha\right| .$$

Úvahy o řešení

Ještě než se pustíme do řešení naší pohybové rovnice

$$a = g - \frac{C_x \rho S}{2m} v^2 ,$$

je dobré se zamyslet, co od výsledku očekávat a případně jak si situaci zjednodušit. Z rovnice například vidíme, že $a < g$ pro $v \neq 0$, tedy doba pádu mince bude určitě delší, než pokud bychom odpor zanedbali. Při zanedbání odporu dostaneme

$$s = \frac{1}{2} g t_0^2 \quad \Rightarrow \quad t_0 = \sqrt{\frac{2s}{g}} \doteq 3{,}2\,\mathrm{s} ,$$

kde $s = 50\,\mathrm{m}$ je výška věže. Doba $t_0 = 3{,}2\,\mathrm{s}$ je tedy jakýsi dolní odhad. Pokud by nám při dalších výpočtech někdy vyšla kratší doba pádu, tak rovnou víme, že jsme něco udělali špatně.

Jak moc je t_0 vzdálené od skutečné doby pádu? Když upravíme odporový člen

$$\text{odpor} = \frac{C_x \rho S}{2m} v^2 = \frac{C_x \rho S}{2\rho_{\text{tělesa}} V} v^2 ,$$

tak vidíme, že odpor má slabší účinky na tělesa s vysokou hustotou. Pokud bychom porovnali například minci a padající list ze stromu, tak mince spadne určitě mnohem rychleji. Při malých rychlostech – a tedy při krátké době pádu – je pro velmi hustá tělesa vliv odporu slabý. Vzhledem k tomu, že mince má poměrně vysokou hustotu a pád není příliš dlouhý, můžeme dobu $t_0 = 3{,}2\,\mathrm{s}$ považovat za přibližné řešení naší úlohy.

Pojďme se přesto pokusit o přesnější řešení. Z předchozího odstavce víme, že pokud se mince neotáčí a zároveň padá buď s podstavou kolmo na směr pohybu, nebo s podstavou podél směru pohybu, tak známe všechny potřebné parametry. Zbývá jen nalézt řešení pohybové rovnice.

Je však to, že se mince neotáčí, opodstatněný předpoklad? Mince je vhodným způsobem symetrická. Pokud padá s libovolnou orientací, tak je geometrický střed její plochy při pohledu zdola umístěný v těžišti. To znamená, že odporová síla nevytváří žádný moment síly a minci nijak neroztáčí (toto pochopitelně platí jen dokud platí Newtonův, případně Stokesův vztah pro odpor, obecně je působení vzduchu na pohybující se tělesa velmi komplikovanou záležitostí). Tento fakt si můžete sami vyzkoušet, když minci na začátku velmi opatrně pustíte tak, že se nebude otáčet, pak se při pádu neroztočí. Řešení, které nalezneme pro tyto předpoklady, tedy budeme považovat za dostatečně přesné ve speciálních případech.

Jediný problém je, že dosáhnout toho, aby se mince při puštění z věže neroztočila, jde jen velmi těžko. Uvědomme si, že dvě zmíněná řešení pro předpoklad neotáčející se mince jsou vlastně řešení pro minimální a maximální odpor. Pokud mince padá podstavou napřed, je plocha S největší, a tedy i odpor největší. A když je podstava při pádu natočena svisle, je odpor naopak nejmenší. Nalezením dob pádu pro tyto dvě varianty tedy dostaneme horní i dolní odhad pro minci padající libovolným způsobem! Skutečná doba pádu mince pak bude vždy ležet v intervalu $\langle t_{\min}, t_{\max} \rangle$.

Úlohu se pokusíme ještě vyřešit i za předpokladu, kdy se mince otáčí konstantní úhlovou rychlostí. Pro tento případ jsme v předchozí sekci nalezli přibližné vztahy pro odporový koeficient $C_2 \approx 1{,}2$ a kolmou plochu $S_\alpha = \pi r^2 \left|\cos\alpha\right| + 2rh\left|\sin\alpha\right|$, kde $\alpha = 2\pi f t$, přičemž f je frekvence otáčení mince. Při řešení za těchto předpokladů si musíme dát pozor na tři věci. Zaprvé je nyní pohybová rovnice ještě komplikovanější. Zadruhé ve skutečnosti vůbec nevíme, jestli Newtonův vztah pro odpor platí i pro otáčející se tělesa. Minimálně pro pomalu otáčející se minci to však zjevně lze uvažovat. A zatřetí, vztahy pro C_2 i S_α jsou pouze přibližné. Na nalezené řešení je tedy třeba pohlížet s „větší rezervou“ než na ostatní řešení.

Řešení úlohy

Budeme hledat řešení pro tři různé situace: pro minimální odpor, pro maximální odpor a přibližné řešení pro otáčející se minci. Ve všech případech je to stejná rovnice

$$a = g - \frac{C_x \rho S}{2m} v^2\,,$$

liší se pouze hodnoty některých parametrů. Ty, které jsou nezávislé na předpokladech, jsou uvedeny v tabulce 1, a parametry, které závisí na konkrétním řešení, jsou v tabulce 2.

g	ρ	m	r	h
$9{,}8\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$	$1{,}2\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$	$3{,}6\,\mathrm{g}$	$10\,\mathrm{mm}$	$1{,}9\,\mathrm{mm}$

Tab. 1: Konstantní parametry

Nyní již máme vše nachystané, abychom mohli nalézt dobu pádu. Chceme zjistit, jak se vyvíjí poloha mince y v závislosti na čase t, když v čase $t = 0\,\mathrm{s}$ je mince ve výšce $50\,\mathrm{m}$ a rychlost mince je $v(0) = 0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$. Alespoň pro případy bez otáčení lze najít explicitní vzoreček pro polohu mince v libovolném čase $y(t)$. To však vyžaduje velmi pokročilé znalosti matematiky,

	C_x	S
Minimální odpor	1,2	$2rh$
Maximální odpor	1,2	πr^2
Řešení s otáčením	$\approx 1{,}2$	$\approx \pi r^2 \, \lvert\cos(2\pi f t)\rvert + 2rh \, \lvert\sin(2\pi f t)\rvert$

Tab. 2: Proměnné parametry

proto se mu vyhneme. Místo toho si vezmeme na pomoc počítač. Jinými slovy, nalezneme přibližné *numerické řešení*.

Jak takové řešení hledat? Představme si, že přesně známe rychlost nějaké částice v každém okamžiku a chceme spočítat, jakou částice urazila dráhu. Víme, že pokud by rychlost byla konstantní, tak je dráha $s = vt$. Pokud se rychlost mění nějakým komplikovaným způsobem, tak máme problém, vždy se však můžeme pokusit tu dráhu odhadnout.

Jak na to? Představme si, že na začátku pohybu má částice rychlost například $10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, která se v průběhu času mění. Pokud se však nemění moc rychle, například když se po jedné sekundě změní jen o $0{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$, tak můžeme uraženou dráhu odhadnout tak, že prostě řekneme, že se po dobu oné jedné sekundy pohybovala konstantními $10\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ a v druhé sekundě už budeme uvažovat $10{,}1\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ atd. Tímto způsobem získáme jednoduchý odhad uražené dráhy. Odhad bude tím přesnější, čím kratší intervaly zvolíme. Například pokud bychom zvolili tisícinu sekundy, tak se už rychlost změní jen velmi málo a máme přesnější výsledek.

Jediný problém s touto metodou je, že musíme provést velké množství matematických výpočtů (metoda je totiž tím přesnější, čím více výpočtů provedeme). A zde nám právě přichází na pomoc počítač. Pokud by měl člověk jen s pomocí kalkulačky provést například milion výpočtů, trvalo by mu to velmi dlouho, počítač to však zvládne ve zlomku sekundy.

Dodejme, že popsaná numerická metoda je ta nejjednodušší možná a zároveň i nejméně přesná. Existují i mnohem přesnější, za kterými je ovšem pochopitelně schovaná komplikovanější matematická teorie než ta, kterou jsme zde popsali v jednom odstavci.

Dále si uvědomme, že v naší úloze je situace poněkud komplikovanější. Neznáme totiž rychlost částice v libovolný okamžik, máme však vzoreček, kterým zvládneme spočítat zrychlení, pokud známe rychlost. Aplikujeme tedy naši úvahu jak na uraženou dráhu, tak na velikost rychlosti. Tedy vždy během krátkého intervalu (například tisíciny sekundy) budeme uvažovat, že je rychlost konstantní a spočítáme dráhu. Zároveň také budeme uvažovat, že je zrychlení konstantní, a spočítáme změnu rychlosti[2]. Takto budeme postupovat, dokud celková dráha nedosáhne $50\,\mathrm{m}$ (výška věže). Pak se jen podíváme na čas a jsme hotovi.

Pojďme celý postup matematizovat. Čas si rozdělíme na intervaly Δt, například $\Delta t = 0{,}001\,\mathrm{s}$ a intervaly očíslujeme přirozenými čísly n. Pokud bude tedy čas například $n = 100$, tak bude celková uplynulá doba $0{,}1\,\mathrm{s}$. V čase $n = 0$ známe polohu i rychlost

$$y(t=0) = y_0 = 0\,\mathrm{m}$$
$$v(t=0) = v_0 = 0\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}\,.$$

A zrychlení spočítáme z pohybové rovnice

$$a_0 = g - \frac{C_x \rho S}{2m} v_0^2\,,$$

[2]Zde bychom postup mohli zpřesnit například tak, že bychom pohyb během krátkého okamžiku považovali za rovnoměrně zrychlený, celá úloha je však už i tak dost komplikovaná, takže se tomu vyhneme.

tedy $a_0 = g$. Uražená dráha i rychlost v čase $n = 1$ potom podle předchozích úvah bude

$$y_1 = y_0 + v_0 \cdot \Delta t$$
$$v_1 = v_0 + a_0 \cdot \Delta t\,,$$

a zrychlení a_1 opět dopočítáme z pohybové rovnice atd. Uvažujme napřed řešení bez otáčení, pak jsou C_x i S konstantní. Pro tento případ zvládneme jednoduše napsat rovnice pro výpočet polohy i rychlosti v čase $n + 1$ ze znalosti y_n, v_n a a_n. Zrychlení a_{n+1} dopočítáme po výpočtu rychlosti v_{n+1}.

$$y_{n+1} = y_n + v_n \cdot \Delta t$$
$$v_{n+1} = v_n + a_n \cdot \Delta t$$
$$a_{n+1} = g - \frac{C_1 \rho S_{\min,\max}}{2m} v_{n+1}^2\,.$$

Pro případ s otáčející se mincí musíme vzít v úvahu, že se plocha S mění v čase jako

$$S(t) = \pi r^2 \left|\cos(2\pi f t)\right| + 2rh \left|\sin(2\pi f t)\right|\,,$$

odkud máme

$$S_{n+1} = \pi r^2 \left|\cos\left(2\pi f t_{n+1}\right)\right| + 2rh \left|\sin\left(2\pi f t_{n+1}\right)\right|\,.$$

Celkem pak pro otáčející se minci dostaneme

$$y_{n+1} = y_n + v_n \cdot \Delta t$$
$$v_{n+1} = v_n + a_n \cdot \Delta t$$
$$a_{n+1} = g - \frac{C_2 \rho}{2m} v_{n+1}^2 \cdot \left(\pi r^2 \left|\cos\left(2\pi f t_{n+1}\right)\right| + 2rh \left|\sin\left(2\pi f t_{n+1}\right)\right|\right)\,.$$

Řešení pomocí Excelu

Rovnice odvozené v předchozím odstavci jsou v ideálním tvaru, aby šly výpočty provádět v Excelu. Popíšeme nyní, jak si Excel nastavit, aby provedl všechny výpočty „za nás". Podrobně se budeme zabývat případem maximálního odporu. Popsaný postup půjde s menšími modifikacemi aplikovat i na zbylé možnosti.

Zvolíme si například, že sloupečky A, B, C, D budou pro čas, polohu, rychlost a zrychlení. Začneme tím, že vyplníme první řádek, který odpovídá času $t = 0$, jsou to tedy tzv. *počáteční podmínky*. Máme A1 = B1 = C1 = 0 a $D1 = 9{,}8$. Poté musíme Excelu říci, jak vyplnit druhý řádek. V duchu předchozích rovnic dostaneme

$$\mathrm{A2} = \mathrm{A1} + 0{,}001$$
$$\mathrm{B2} = \mathrm{B1} + \mathrm{C1} \cdot 0{,}001$$
$$\mathrm{C2} = \mathrm{C1} + \mathrm{D1} \cdot 0{,}001\,.$$

Pro výpočet zrychlení bychom si mohli jednotlivé parametry z tabulek 1 a 2 napsat do buněk v Excelu. Pro rychlejší výpočty je však výhodnější si hned na začátku vypočítat koeficient před v_n^2 číselně

$$\frac{C_1 \rho S_{\max}}{2m} = 0{,}0628\,,$$

číselný výsledek je pochopitelně v základních jednotkách. Vzorec pro D2 pak je

$$\mathrm{D2} = 9{,}8 - 0{,}0628 \cdot \mathrm{C2} \wedge 2\,.$$

Jediné, co nyní zbývá, je označit první čtyři buňky v druhém řádku a myší táhnout dolů. Excel pak začne automaticky vyplňovat všechny řádky pomocí stejných rovnic a tím pádem nám dopočítávat polohu, rychlost a zrychlení v pozdějších časech. Když myší dojedeme až k řádku číslo 5 000, tak zjistíme, že dráha už přesáhla 50 m. Musíme se tedy vrátit nahoru a najít buňku, ve které je poloha nejblíže 50 m, což je buňka s číslem B4887. Máme tedy, že pro případ maximálního odporu bude pád mince trvat přibližně $t_1 = 4{,}9\,\mathrm{s}$.

Pro případ s minimálním odporem musíme vzorec pro D2 změnit na:

$$\mathrm{D2} = 9{,}8 - 0{,}0076 \cdot \mathrm{C2} \wedge 2\,.$$

Aplikováním této změny dostaneme, že 50 m urazí mince za dobu $t_2 = 3{,}6\,\mathrm{s}$. No a pro případ mince, která se otáčí například frekvencí $f = 1\,\mathrm{Hz}$ máme

$$\begin{aligned}\mathrm{D2} = 9{,}8 - 0{,}0628 * \mathrm{C2} \wedge 2 * \mathrm{ABS}(\mathrm{COS}(2 * PI() * 1 * \mathrm{A2}))-\\ - 0{,}0076 * \mathrm{C2} \wedge 2 * \mathrm{ABS}(\mathrm{SIN}(2 * PI() * 1 * \mathrm{A2}))\,.\end{aligned}$$

Odkud nalezneme dobu $t_3 = 4{,}6\,\mathrm{s}$ pro frekvenci 1 Hz. Když zkusíme frekvenci změnit například na 2 Hz, nebo 0,5 Hz, dostaneme pořád přibližně stejný výsledek.

Přesnější metody a komentáře

Provedli jsme několik numerických výpočtů pomocí Excelu, výsledky jsou uvedeny v tabulce 3. Všimněme si, že jsme tentokrát hodnoty nezaokrouhlili, to bude mít význam za chvíli, při porovnávání přesnosti výpočtů. Fyzikální význam pro nás mají hodnoty zaokrouhlené na 2 platné číslice, protože se stejnou přesností jsme znali parametry úlohy (hmotnost mince, odporový koeficient atd.).

Tab. 3: Výsledky výpočtů a simulací

	Doba pádu Excel	Doba pádu Python
Minimální odpor	3,400 s	3,400 s
Maximální odpor	4,886 s	4,885 s
Otáčení s frekvencí 0,2 Hz	4,347 s	4,346 s
Otáčení s frekvencí 1 Hz	4,420 s	4,420 s
Otáčení s frekvencí 5 Hz	4,423 s	4,423 s
Zanedbání odporu	$3{,}194 s$	

Jak bylo zmíněno, použitá numerická metoda je v porovnání s některými jinými poměrně nepřesná a časový krok $\Delta t = 0{,}001\,\mathrm{s}$ je stále poměrně velký. Proto byly pro zajímavost ještě všechny výpočty provedeny s pomocí programovacího jazyka Python. Python má v knihovně *scipy* předprogramované velmi sofistikované numerické metody na řešení tohoto typu rovnic. Výsledky, které nám vrátí, tedy můžeme považovat za velmi přesné.

Doby pádu vypočítané pomocí Pythonu jsou uvedeny pro srovnání rovněž v tabulce 3. Všimněme si, že se výsledky prakticky neliší od těch, které nám vrátil Excel. Je to proto, že naše rovnice je stále poměrně jednoduchá, a řešení se chová stabilně. Zrychlení se totiž moc rychle nemění a navíc závisí pouze na rychlosti, ne na poloze. Pokud bychom chtěli například počítat pohyb planety kolem Slunce, kde síla závisí na vzdálenosti od Slunce, tak by nepřesnosti byly větší.

Okomentujme ještě naše výsledky. Vidíme, že řešení s minimálním odporem, kdy mince padá s podstavou rovnoběžně se směrem pohybu, se od výpočtu bez odporu liší jen velmi málo. Naopak při pohybu s maximálním odporem padá skoro o polovinu déle. Doba pádu tedy už při výšce 50 m velmi závisí na orientaci mince. Zároveň pro tato dvě řešení známe všechny parametry poměrně přesně a Newtonův odporový vzorec určitě funguje. Víme tedy, že skutečná doba pádu mince bude s velkou pravděpodobností ležet v intervalu $\langle 3{,}4\,\mathrm{s}, 4{,}9\,\mathrm{s}\rangle$.

Dále jsme nalezli i přibližné řešení pro otáčející se minci. Zde jsme se pokusili odůvodnit, že díky symetrii se bude mince otáčet s přibližně konstantní frekvencí, odhadli jsme hodnotu odporového koeficientu a velikost průřezu mince kolmého na směr pohybu. Předpokládali jsme, že Newtonův vztah stále platí. Zjistili jsme, že doba pádu za těchto předpokladů závisí na frekvenci otáčení mince jen velmi málo. To pravděpodobně plyne z toho, že doba pádu mince závisí především na tom, jak dlouho je natočena určitým směrem (tj. jestli déle padá s odporem blízkým k maximálnímu, nebo k minimálnímu). Pro dostatečně vysokou frekvenci otáčení však bude zanedbatelné to, že mince skončí jinak natočená než na počátku. Čas, který mince stráví natočena do různých směrů, tak nebude zcela stejný. V důsledku tohoto již poté další zvyšování frekvence nebude mít příliš velký vliv na dobu pádu.

Zjistili jsme, že doba pádu mince otáčející se rychlostí mezi jednou otáčkou za 5 s po 5 otáček za sekundu bude s největší pravděpodobností rovna přibližně 4,4 s. Tento rozsah frekvencí dobře pokrývá možné rychlosti rotace volně puštěné mince, můžeme tedy 4,4 s prohlásit za nejlepší odhad doby pádu jednokorunové mince z 50 metrové věže. Nyní už nám pouze zbývá najít vhodnou věž, vylézt na ni a naše výsledky experimentálně ověřit.

Jiří Kohl
`jirkak@vyfuk.mff.cuni.cz`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.