

Úloha III.3 ... Jako když bičem mrská... 6 bodů; průměr 4,34; řešilo 35 studentů

Na vlaku jedoucím konstantní rychlostí $40 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ stojí zloděj Svatého grálu. Z věže vedle kolejí na něj číhá Indiana Jones připravený zkazit mu veškeré plány. V jisté chvíli mrskne svým bičem, který se namotá na most vedoucí přes koleje přesně v místě nad kolejnicemi. Nenamotaná část biče má délku 5 m. V jaké vzdálenosti bude nepřítel ve chvíli, kdy se Indy musí zhoupnout směrem kolmým na koleje, aby ho mohl srazit? Počítejte, že bič je nehmotný, úhlová výchylka napnutého biče od svislého směru je relativně malá a že Indyho už ze soubojů a bičování bolí ruce a chce tedy ve vzduchu strávit co nejméně času. Odpor vzduchu zanedbejte. Indy se aktivně neodráží, prostě se jen zhoupne.



Dostane-li se vlak s nepřítelem k Indymu za čas t , urazí při tom vzdálenost $d = vt$, kde v je rychlost vlaku. Dále potřebujeme vědět, za jak dlouho se Indy dostane z věže do nejnižšího bodu své trajektorie. Indiana Jonese na biči můžeme považovat za matematické kyvadlo (proto byla v zadání zmínka o malé úhlové výchylce). Pro periodu T , se kterou matematické kyvadlo kmitá, platí vzorec

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

kde l je délka biče a g tíhové zrychlení. Během jednoho kmitu se Indy dostane do nejnižšího bodu (nad kolejnice), poté na druhou stranu do nejvyššího bodu, kde se obrátí, a přes nejnižší bod se vrátí zpátky na věž, ze které vyskočil. Všechny čtyři části kmitu jsou časově symetrické, takže nejkratší doba, za kterou se Indy dostane nad kolejnice, je jedna čtvrtina periody kmitu. Aby Indy proletěl nejnižším bodem své trajektorie právě ve chvíli, kdy tam bude stát nepřítel, musí čtvrtina periody být rovna času t (tak jsme značili čas, za který vlak s padouchem urazí hledanou vzdálenost d), tedy:

$$t = \frac{T}{4}.$$

Nyní všechny rovnice sjednotíme.

$$d = vt = \frac{vT}{4} = \frac{\pi}{2}v\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Pro výpočet dosadíme hodnoty ze zadání: $l = 5 \text{ m}$, $v = 40 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} = 100/9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

$$d = \frac{\pi}{2} \frac{100}{9} \sqrt{\frac{5}{9,81}} \text{ m} \doteq 12,5 \text{ m}$$

Indy musí skočit ve chvíli, kdy je nepřítel přibližně ve vzdálenosti 12,5 m.

Michal Stroff

stroffis@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.