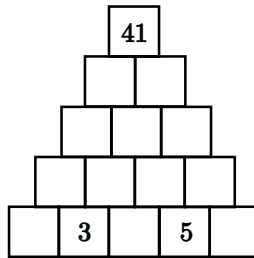


Úloha II.2 ... Faraon matematik

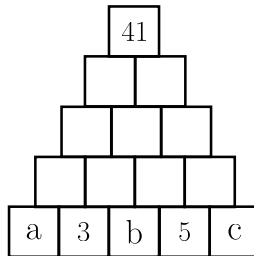
5 bodů; průměr 3,28; řešilo 76 studentů

Výfuček se vypravil na výlet k pyramidám. Legenda praví, že zdejší faraon měl zálibu v matematice. Proto je na každém bloku pyramidy napsáno přirozené číslo, které je součtem čísel na dvou kamenech pod ním. Zub času se postaral o to, že většinu očíslovaných kamenů zavál písek. To však pro Výfučka není žádná překážka a hravě si dovede skrytá čísla dopočítat! Zkuste to taky a doplňte čísla na všechna nepopsaná místa pyramidy. Egypťané rozhodně nepovažovali nulu za přirozené číslo.



Obr. 1: Pyramida

Vzhledem k tomu, že každé číslo je vždy rovno součtu dvou čísel pod ním, je jasné, že když budeme znát čísla ve spodní řadě, tak všechna ostatní políčka hravě dopočítáme. Ve spodní řadě neznáme 3 čísla, označíme si je proto neznámými a , b , c , viz obrázek 2.



Obr. 2: Pyramida s neznámými

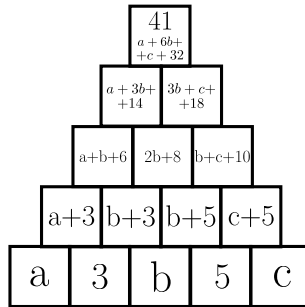
Následně si pomocí zmíněného pravidla doplníme pyramidu. Tím se dostaneme do situace znázorněné na obrázku 3.

Uvědomme si, že číslo na vrchním čtverečku známe – je rovno 41. Tím získáme rovnici:

$$a + 6b + c + 32 = 41,$$

$$a + 6b + c = 9.$$

Jelikož jsou čísla přirozená, nenulová (tedy nejnižší může být 1), je jasné, že b se bude rovnat jedné, protože jakákoliv jiná hodnota by přerostla náš celkový součet.



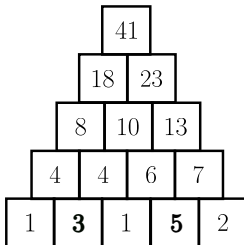
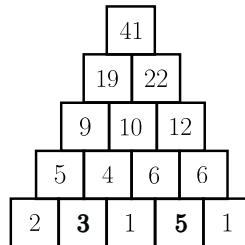
Obr. 3: Doplněná pyramida

Díky tomuto pak můžeme znovu poupravit naši rovnici:

$$a + 6 + c = 9,$$

$$a + c = 3.$$

Pokud se pak znovu vrátíme k naší původní myšlence, že čísla jsou přirozená a nenulová, zjistíme, že našimi jedinými řešeními jsou taková, kde $a = 1$ a $c = 2$ a $a = 2$ a $c = 1$.

Obr. 4: $a = 1$ a $c = 2$ Obr. 5: $a = 2$ a $c = 1$

Naše jediná řešení jsou tedy ta zobrazena na obrázcích výše, a tak máme dvě možnosti, jak doplnit všechna tato čísla!

Václav Verner

vasek@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků. Realizace projektu byla podpořena Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.