

## Úloha VI.V ... Tepelný výtah

7 bodů; (chybí statistiky)

Jirka se uprostřed léta rozhodl vyrazit na průzkum jeskyně, která byla  $h = 20$  m hluboko pod povrchem. Protože se mu nechtělo při zpáteční cestě šplhat 20 metrů nahoru, připravil si na návrat zpět tepelný stroj. Jirkův stroj dokáže přijímat teplo z povrchu při teplotě  $T_1 = 30^\circ\text{C}$  a odevzdává teplo na dně jeskyně, kde teplota klesla až na  $T_2 = 8^\circ\text{C}$ . U zvedacího mechanismu stroje se však bohužel vyskytuje tření, proto je jeho účinnost pouze  $\eta = 0,01$ .

1. Kolik tepla musí minimálně stroj odebrat z povrchu, jestliže má vyzvednout Jirku až na povrch? Hmotnost Jirky spolu s částí konstrukce stroje, která je zvedána, je  $m = 90$  kg.
2. Jak se po ukončení celého procesu změní entropie stroje? Uvažujte, že všechny přesuny tepla probíhají vratným způsobem při konstantních teplotách a že ke ztrátám dochází pouze u zvedacího mechanismu, který je umístěn na povrchu (a jeho teplota je tedy  $T_1$ ).

1. Stroj má za úkol zvednout závaží hmotnosti  $m$  do výšky  $h$ . Na to je třeba vykonat minimálně práci rovnou změně potenciální energie závaží, tedy:

$$W = mgh.$$

Stroj nepracuje se stoprocentní účinností, jeho účinnost je konkrétně  $\eta = 0,01$ . Jelikož je účinnost definována jako poměr vykonané práce ku dodané energii, je teplo, které musíme stroji dodat, rovno:

$$Q = \frac{W}{\eta},$$

$$Q = \frac{mgh}{\eta} = 1,8 \text{ MJ}.$$

2. Druhá část už je o něco komplikovanější. Musíme si důkladně promyslet, jakým způsobem dochází ke ztrátám. Víme, že tyto ztráty se vyskytují pouze u zvedacího mechanismu formou tření, všechny ostatní procesy ve stroji jsou vratné. Zapomeňme na chvíli na tepelný stroj, místo toho si představme, že chceme zvednout těžkou krabici pomocí nakloněné roviny. Pokud mezi krabicí a rovinou není tření, stačí působit jen takovou silou, abychom překonali gravitaci. Přitom vykonáme práci  $W$ , která je rovna změně potenciální energie. Když přidáme tření, musíme sílu zvětšit, abychom krabici rozpohybovali. Vykonáme tedy nějakou větší práci  $W'$ , část této práce se přemění na potenciální energii a zbytek na teplo.

Náš tepelný stroj funguje podobně, napřed pomocí vratných procesů (tedy samotným průběhem cyklu) vytvoří práci  $W'$ , tuto práci si můžeme představit pomocí síly v předchozí analogii s krabicí (jen místo člověka tou silou působí nějaký motor) a poté se ve zvedacím mechanismu část práce přemění na potenciální energii a zbytek se uvolní jako teplo, které označíme  $\Delta Q$ . Z Výfučení víme, že ve vratných cyklech se celková entropie nemění, proto k její změně dojde pouze v důsledku uvolněného tepla při tření. Její změna je konkrétně rovna:

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_1},$$

protože ke tření dochází při konstantní teplotě  $T_1$  (teplotu je třeba zde i v zbytku této úlohy dosazovat v kelvinech). Musíme tedy spočítat teplo  $\Delta Q$ . Z předchozích úvah víme, že platí

$$\Delta Q = W' - W,$$

kde  $W'$  je práce, kterou vykoná vratný stroj pracující mezi teplotami  $T_1$  a  $T_2$ , když mu dodáme teplo  $Q$ . Tuto práci dokážeme spočítat, protože známe účinnost vratného stroje. Ta je dána účinností  $\eta_C$  Carnotova cyklu:

$$\eta_C = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

Práce  $W'$  pak je:

$$W' = \eta_C Q,$$

přičemž dodané teplo  $Q$  jsme spočítali v první části – je rovno  $W/\eta$ . Když nyní všechny tyto vztahy dosadíme do vzorce pro změnu entropie, dostaneme:

$$\begin{aligned}\Delta S &= \frac{\Delta Q}{T_1} = \frac{W' - W}{T_1} \\ \Delta S &= \frac{1}{T_1} \cdot (\eta_C Q - W) = \frac{W}{T_1} \cdot \left( \frac{\eta_C}{\eta} - 1 \right) \\ \Delta S &= \frac{mgh}{T_1} \cdot \left( \frac{T_1 - T_2}{\eta T_1} - 1 \right) = 360 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.\end{aligned}$$

*Jiří Kohl*

jirkak@vyfuk.mff.cuni.cz

---

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.  
Pro zobrazení kopie této licence navštivte <https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.