Úloha I.5 ... Luborovi není zima

7 bodů; (chybí statistiky)

Luborovi byla poté, co vylezl z bazénu, trochu zima, i přestože měla voda přijatelnou teplotu, a tak se rozhodl, že se trochu ohřeje na slunci. Aby se nenudil, začal počítat, jak rychle se bude ohřívat.

1. *Ihned si uvědomil, že ze všeho nejdříve bude muset spočítat intenzitu záření ve* $\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$*, která na povrch Země, a tedy i na jeho tělo, dopadá. K jaké hodnotě by měl dojít? Zářivý výkon Slunce a další potřebné hodnoty si vyhledejte, výsledek uveďte s přesností na tři platné cifry.*
2. *Poté si ale uvědomil, že aby byl schopný dojít k nějakému výsledku, bude muset provést několik aproximací. Rozhodl se, že by své tělo mohl aproximovat jako kvádr o rozměrech* $175 \times 30{,}0 \times 13{,}0\,\mathrm{cm}$*, na jehož největší stěně leží a na protilehlou stěnu tak dopadá sluneční záření. Za jak dlouho se jeho tělo ohřeje o* $\Delta T = 1{,}00\,\mathrm{K}$*, pokud uvažujeme, že má hustotu i měrnou tepelnou kapacitu stejnou jako voda a že se bude ohřívat najednou a nebude ztrácet teplo do okolí? Také předpokládejte, že sluneční paprsky na Luborovo tělo dopadají kolmo.*
3. *Za jak dlouhou dobu by se tělo takto ohřálo na bod varu, pokud by mělo na počátku normální teplotu lidského těla, tedy* $36{,}5\,°\mathrm{C}$*? Naplnily by se v tu chvíli Luborovy obavy, že mu v žilách začne vřít krev?*

Intenzitu záření I_e spočítáme jako podíl celkového zářivého výkonu Slunce $L_\odot$ a povrchu koule S, skrz kterou toto záření na úrovni Země rovnoměrně prochází. Za poloměr koule dosadíme vzdálenost Země od Slunce.

$$I_\mathrm{e} = \frac{L_\odot}{4\pi r^2} = \frac{3{,}827 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}}{4.\pi.(1{,}496 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m})^2} \doteq 1\,361\,\mathrm{W{\cdot}m^{-2}}$$

Samozřejmě se jedná o přibližnou hodnotu – určitá část výkonu se ztratí po cestě (například v atmosféře).

Abychom spočítali čas t_0, za který se Luborovo tělo ohřeje o $\Delta T = 1\,°\mathrm{C}$, musíme vydělit celkové množství potřebného tepla Q výkonem dopadajícího slunečního záření P. Teplo Q spočítáme jako $Q = mc\Delta T$, kde $m = \rho V = \rho xyz$, c je tepelná kapacita vody a ΔT známý rozdíl teplot. Luborovo tělo samozřejmě kromě jednotkového objemu nemá ani jednotkový povrch, a proto musí být P spočítáno jako $P = I_\mathrm{e}xy$. Dodejme jen, že kdyby nebyl v zadání zjednodušující předpoklad, že záření dopadá kolmo na Lubora, museli bychom počítat s kolmou částí výkonu k Luborovu tělu.

Neznámé x, y a z po řadě označují jednotlivé rozměry aproximace Luborova těla tak, jak jdou po řadě v zadání.

$$t_0 = \frac{Q}{P} = \frac{mc\Delta T}{P}$$

$$t_0 = \frac{xyz\rho c\Delta T}{I_\mathrm{e}xy} = \frac{z\rho c\Delta T}{I_\mathrm{e}}$$

$$t_0 = \frac{0{,}130\,\mathrm{m} \cdot 1\,000\,\mathrm{kg{\cdot}m^{-3}} \cdot 4\,200\,\mathrm{J{\cdot}kg^{-1}{\cdot}°C^{-1}} \cdot 1\,°\mathrm{C}}{1\,361\,\mathrm{W}} \doteq 401\,\mathrm{s}\,.$$

Výsledek předposledního kroku lze interpretovat například i tak, že se Luborovo tělo ohřívá o přibližně $1/401\,{}^\circ\mathrm{C{\cdot}s^{-1}}$. Pokud chceme spočítat, za jak dlouho se ohřeje o $\Delta T' = 100 - 36{,}5 = 63{,}5\,{}^\circ\mathrm{C}$, musíme výsledný rozdíl teplot vydělit rychlostí ohřevu.

$$t_1 = \frac{63{,}5\,{}^\circ\mathrm{C}}{\frac{1}{401}\,{}^\circ\mathrm{C{\cdot}s^{-1}}} \doteq 25\,500\,\mathrm{s}\,.$$

To je více než sedm hodin. Pokud navíc vezmeme v úvahu značné tepelné ztráty a schopnost těla aktivně kontrolovat svou teplotu, je jasné, že Luborovi v žilách krev vřít určitě nezačne.

Viktor Materna
`materna@vyfuk.mff.cuni.cz`

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.