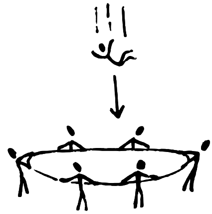
Úloha I.2 ... Kaskadérský skok

5 bodů; (chybí statistiky)



Během nácviku na natáčení musel kaskadér skákat ze třetího patra na kruhovou záchrannou plachtu, kterou napínalo dostatečně vysoko nad zemí kolem dokola několik jeho kolegů. Napnutá plachta má poloměr 3 m*, a když zachytí kaskadéra v plné rychlosti, napne se ještě víc a můžeme si ji tehdy představit jako kužel o hloubce* 1 m *s nezměněným obvodem (pružnost plachty dovoluje ji stále nehybně držet za okraj). Při testování plachty se zjistilo, že plachta je tak pružná, že ji skupina bez problému udrží, pokud se jí zvětší průměr ještě o* 6 % *od prvního napnutí.*

Kaskadér se připravuje ke skoku, napětí roste a v dalším momentu už jen letí vzduchem. O zlomek sekundy později dopadá a rychle protahuje plachtu. Trhne to s pomocníky, nebo pád ustojí?

Při dopadu kaskadéra se plachta o původním poloměru $r_0 = 3\,\mathrm{m}$ prohloubí o $h = 1\,\mathrm{m}$. Na vytvořený obrazec se můžeme dívat jako na kužel (bez podstavy) nebo jednodušeji jako na rovnoramenný trojúhelník v průřezu kužele. Víme, že jeho povrch musí být nanejvýš původní povrch zvětšený o šest procent, plachta se už více neprotáhne. Snažíme se tedy zjistit povrch plachty ve tvaru pláště kužele s výškou h a poloměrem r_0. Pokud tento obsah bude větší než maximální povrch plachty, tak jsme popsali situaci, která nemůže nastat: s kolegy držícími plachtu to místo toho trhne, neboť plachta se při pádu maximálně roztáhne a stlačí držící kolegy k sobě.

Podívejme se tedy na průřez napnuté plachty ve tvaru trojúhelníku. U tohoto trojúhelníku známe jeho základnu, což je původní průměr plachty $d_0 = 2r_0$, a jeho výšku h_0. Nový průměr plachty (třetí stranu trojúhelníku) získáme pomocí Pythagorovy věty, jelikož u výšky a základny se nachází pravý úhel. Bude pro něj tedy platit $d = 2r = 2\sqrt{h_0^2 + r_0^2}$. Abychom zjistili procentuální nárůst průměru, stačí podělit nový průměr původním průměrem, což nám dává poměr velikostí, od kterého ještě musíme odečíst jedničku ($1 = 100\,\%$), abychom dostali nárůst.

$$\eta = \frac{d}{d_0} - 1 = \frac{\sqrt{h_0^2 + r_0^2}}{r_0} - 1 =$$
$$= \frac{\sqrt{(1\,\mathrm{m})^2 + (3\,\mathrm{m})^2}}{3\,\mathrm{m}} - 1 = \frac{\sqrt{10\,\mathrm{m}^2}}{3\,\mathrm{m}} - 1 \doteq 0{,}054 = 5{,}4\,\% < 6\,\%$$

Je tedy zřejmé, že se plachta nenapne nad kritickou hodnotu a kaskadér vyvázne po pádu ze třetího patra bez újmy na zdraví.

Patrik Kašpárek
patrik@vyfuk.mff.cuni.cz

Korespondenční seminář Výfuk je organizován studenty a přáteli MFF UK. Je zastřešen Oddělením propagace a mediální komunikace MFF UK a podporován Katedrou didaktiky fyziky MFF UK, jejími zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.