

Úloha VI.1 ... Bazén

2 body; průměr 1,59; řešilo 32 studentů

Dva plavci – Karel a Petr – trénují na sousedních drahách bazénu. Odstartují ve stejný okamžik a oba plavou rychlostí konstantní velikosti. Karel je lepší plavec, proto předežene Petra, doplave na konec dráhy a vrací se zpět. Na zpáteční cestě potká Petra právě 5 metrů od konce dráhy, plave dál, doplave na místo startu, otočí se a plave opět zpátky. Přitom potká Petra ve vzdálenosti od místa startu rovné jedné pětině délky bazénu. Jak dlouhý je bazén? Předpokládejte, že se oba plavci pohybují stále rychlostí konstantní velikosti (zanedbejte tedy změny velikosti rychlosti při otočkách).

Délku bazénu si označíme x , to je proměnná, jejíž hodnotu hledáme. Rychlost Karla si označíme v_K , rychlost Petra v_P . V okamžiku, kdy se potkali, platí, že oba plavali stejný čas. Za tento čas urazili různou dráhu, Karel uplavál s_K a Petr s_P . Pro první setkání platí

$$\begin{aligned} t_{K_1} &= t_{P_1} \\ \frac{s_{K_1}}{v_K} &= \frac{s_{P_1}}{v_P} \\ \frac{(x + 5 \text{ m})}{v_K} &= \frac{(x - 5 \text{ m})}{v_P}. \end{aligned}$$

Z informace ohledně druhého setkání sestavíme další rovnici

$$\begin{aligned} t_{K_2} &= t_{P_2} \\ \frac{s_{K_2}}{v_K} &= \frac{s_{P_2}}{v_P} \\ \frac{2x + \frac{1}{5}x}{v_K} &= \frac{x + \frac{4}{5}x}{v_P}. \end{aligned}$$

Teď už zbývá jen dopočítat x . Nejdříve si z první rovnice vyjádříme x

$$\begin{aligned} \frac{(x + 5 \text{ m})}{v_K} &= \frac{(x - 5 \text{ m})}{v_P} \\ xv_P + 5v_P &= xv_K - 5v_K \\ x &= \frac{-5 \text{ m}(v_P + v_K)}{v_P - v_K}. \end{aligned}$$

Úpravami druhé rovnice dostaneme poměr rychlostí plavců

$$\begin{aligned} \frac{2x + \frac{1}{5}x}{v_K} &= \frac{x + \frac{4}{5}x}{v_P} \\ \frac{11}{5}xv_P &= \frac{9}{5}xv_K \\ v_P &= \frac{9}{11}v_K. \end{aligned}$$

Získaný vztah mezi rychlostmi Petra a Karla dosadíme do vztahu pro x a odtud určíme délku bazénu

$$\begin{aligned}x &= -5 \text{ m} \cdot \frac{(v_P + v_K)}{v_P - v_K} \\x &= -5 \text{ m} \cdot \frac{\left(\frac{9}{11}v_K + v_K\right)}{\frac{9}{11}v_K - v_K} \\x &= -5 \text{ m} \cdot \frac{\frac{20}{11}v_K}{-\frac{2}{11}v_K} \\x &= 50 \text{ m}.\end{aligned}$$

Bazén je dlouhý 50 metrů.

Alžběta Nečadová
bjetka@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.